

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
«Самарский медицинский колледж им. Н. Ляпиной»  
Филиал «Безенчукский»

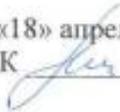
**Рабочая тетрадь по разделу  
ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ**

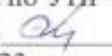
**ОУП. 04 МАТЕМАТИКА**

*Специальность 34.02.01. Сестринское дело*

**Автор рабочей тетради:** Лафуткина Ирина Александровна – преподаватель первой квалификационной категории ГБПОУ «СМК им. Н. Ляпиной» Филиал «Безенчукский»

**пгт Безенчук, 2023 г.**

Рассмотрено на заседании  
ЦМК № 1  
Протокол № 8 от «18» апреля 2023 г.  
Председатель ЦМК  Логинова Е.А.

Утверждено  
Зам. директора по УПР  
Некрасова Н.Р.   
«19» апреля 2023 г.

**Уважаемый студент!**

Рабочая тетрадь является частью программы подготовки специалистов среднего звена по специальности СПО 34.02.01 «Сестринское дело» в соответствии с требованиями ФГОС СПО.

Рабочая тетрадь адресована студентам первого года обучения.

Рабочая тетрадь представляет собой методические рекомендации к практической части раздела Функции и графики. Работа с тетрадью позволяет значительно повысить Вашу общую подготовку по дисциплине. Основные задачи: ознакомить Вас с содержанием дисциплины; привить навыки использования этих знаний в практической деятельности.

Рабочая тетрадь содержат краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме, вопросы для закрепления теоретического материала, задания для Вашей практической работы и инструкцию по их выполнению, методику анализа полученных результатов.

Для студентов медицинских образовательных учреждений.

**Желаю удачи!**

ФИО студента \_\_\_\_\_ № группы \_\_\_\_\_

Специальность 34.02.01 Сестринское дело.

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА .....</b>	<b>4</b>
<b>КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА .....</b>	<b>5</b>
<b>РАЗДЕЛ. ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ. ....</b>	<b>18</b>
Занятие № 43. Тема. Функции. Область определения и множество значений: график функции, построение графиков функций. ....	18
Занятие № 44. Тема. Свойства функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. ....	19
Занятие № 45. Тема. Понятие об обратных функциях. ....	23
Занятие № 46. Тема. Степенные функции. ....	24
Занятие № 47. Тема. Показательные функции. ....	27
Занятие № 48. Тема. Логарифмические функции. ....	29
Занятие № 49. Тема. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции. ...	30
Творческое задание .....	31
Задание для Олимпиады .....	33
<b>ЭТАЛОНЫ ОТВЕТОВ К ЗАДАНИЯМ.....</b>	<b>34</b>
Раздел. Функции и графики. ....	34
Занятие № 43. Тема. Функции. Область определения и множество значений: график функции, построение графиков функций. ....	34
Занятие № 44. Тема. Свойства функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. ....	38
Занятие № 45. Тема. Понятие об обратных функциях. ....	43
Занятие № 46. Тема. Степенные функции. ....	44
Занятие № 47. Тема. Показательные функции. ....	46
Занятие № 48. Тема. Логарифмические функции. ....	48
Занятие № 49. Тема. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции. ....	49
Творческое задание. ....	52
Задание для Олимпиады .....	53
<b>СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>54</b>

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Раздел: «Функции и графики» предусмотрен федеральным государственным образовательным стандартом (или ФГОС СОО) по учебной дисциплине ОУП.04 «Математика».

Данный раздел содержит основополагающий материал, необходимый для решения многих прикладных задач. Все задания связаны с понятиями функции, её основными свойствами, с чтением и построением графиков функций.

Понятия, связанные с содержанием прикладных задач данного раздела, проходят через весь курс УД и применяются при изучении других УД, МДК. В дальнейшем обучающиеся будут углублять свои представления о основных методах чтения, исследования и построения графиков функций. Студенты научатся применять правила преобразования графиков и свойств функций при решении прикладных задач.

В рамках данной учебной дисциплины информация изучается на уровне применения теоретических знаний при выполнении практических заданий.

Владение знаниями раздела для обучающихся является средством формирования учебно-исследовательских умений, расширения знаний в других предметных областях. Педагогической целью заданий раздела является не только развитие навыков у обучающихся по дисциплине, но и навыков самостоятельной работы с литературой для дальнейшего самообразования.

Темы занятий пронумерованы согласно календарно – тематическому плану по учебной дисциплине ОУП.04 Математика.

Рабочая тетрадь (без эталонов ответов) рассылается по электронной почте каждому студенту. Размещается на сайте и интерактивной доске преподавателя. Результаты обучающиеся высылают на электронную почту преподавателя [lafutkinai@mail.ru](mailto:lafutkinai@mail.ru).

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

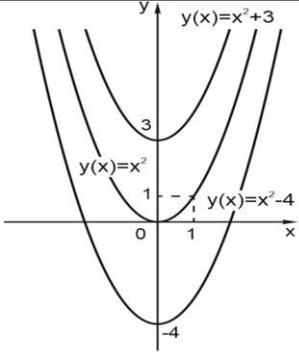
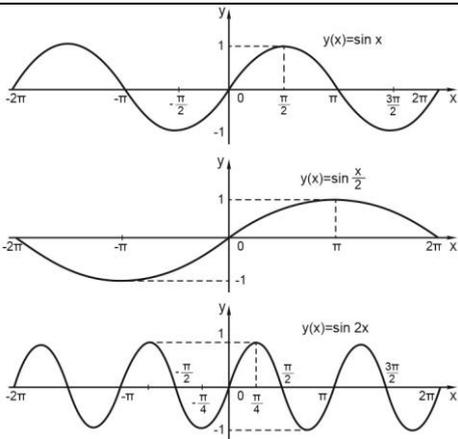
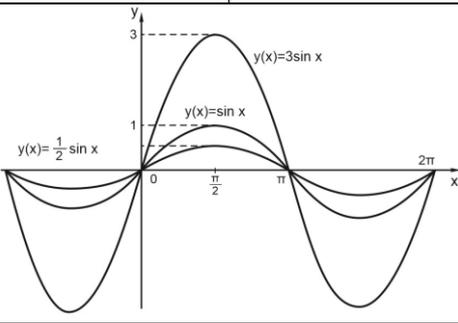
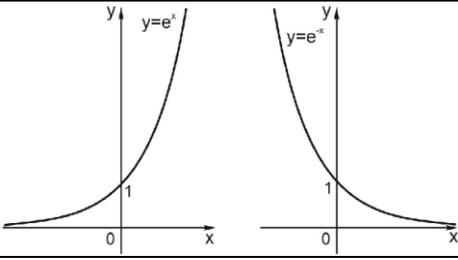
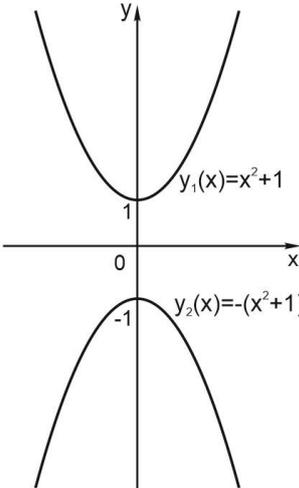
### Функции. Область определения и множество значений: график функций, построение графиков функций.

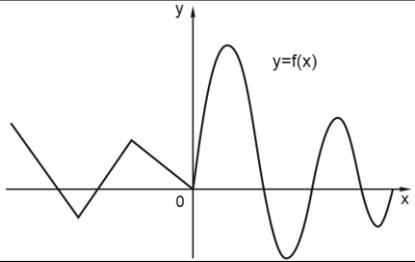
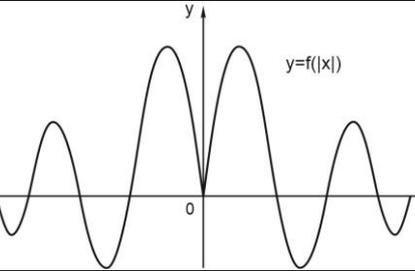
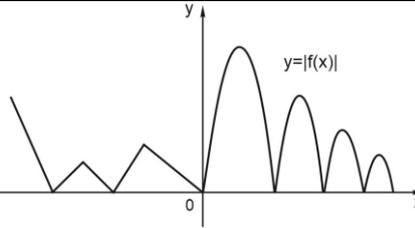
<b>Определение функции</b>	Зависимость переменной <b>y</b> от переменной <b>x</b> называется <b>функцией</b> , если каждому значению <b>x</b> соответствует единственное значение <b>y</b>
<b>Способы задания функции</b>	<p>1) Функция может быть задана <b>аналитически</b> в виде формулы.</p> $y = x^2; y = \frac{2x+1}{3x-1}$ <p>Например,</p> <p>2) Функция может быть задана <b>графически</b>. Пары значений (<b>x; y</b>) изображаются на координатной плоскости.</p> <p>3) Функция может быть задана <b>таблицей</b> из множества пар (<b>x; y</b>).</p>
<b>Область определения</b>	Все значения, которые принимает <b>x</b> , образуют <b>область определения функции</b> .
<b>Область значений</b>	Все значения, которые принимает <b>y</b> , образуют <b>множество значений функции</b> .
<b>Монотонность</b>	<p>Функция <b>f(x)</b> называется <b>возрастающей</b> на данном числовом промежутке, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции. Представьте, что некоторая точка движется по графику слева направо. Тогда точка будет как бы "взбираться" вверх по графику.</p> <p>Функция <b>f(x)</b> называется <b>убывающей</b> на данном числовом промежутке, если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции. Представьте, что некоторая точка движется по графику слева направо. Тогда точка будет как бы "скатываться" вниз по графику.</p> <p>Функция, только возрастающая или только убывающая на данном числовом промежутке, называется <b>монотонной</b> на этом промежутке.</p>
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	<p>Значения <b>x</b>, при которых <b>y=0</b>, называется <b>нулями функции</b>. Это <b>абсциссы</b> точек пересечения графика функции с осью <b>Ox</b>.</p> <p>Такие промежутки значений <b>x</b>, на которых значения функции <b>y</b> либо только положительные, либо только отрицательные, называются <b>промежутками знакопостоянства функции</b>.</p>
<b>Чётность и нечётность функции</b>	<p><b>Четная функция</b> обладает следующими свойствами:</p> <p>1) Область определения симметрична относительно точки (0; 0), то есть если точка <b>a</b> принадлежит области определения, то точка <b>-a</b> также принадлежит области определения.</p> <p>2) Для любого значения <b>x</b>, принадлежащего области определения, выполняется равенство <b>f(-x)=f(x)</b></p> <p>3) График четной функции симметричен относительно оси <b>Oy</b>.</p>

	<p><b>Нечетная функция</b> обладает следующими свойствами:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1) Область определения симметрична относительно точки (0; 0).</li> <li>2) Для любого значения <math>x</math>, принадлежащего области определения, выполняется равенство <math>f(-x)=-f(x)</math></li> <li>3) График нечетной функции симметричен относительно начала координат (0; 0).</li> </ol> <p>Не всякая функция является четной или нечетной. Функции <b>общего вида</b> не являются ни четными, ни нечетными.</p>
<b>Периодичность</b>	<p>Функция <math>f</math> называется периодической, если существует такое число, что при любом <math>x</math> из области определения выполняется равенство <math>f(x)=f(x-T)=f(x+T)</math>. <math>T</math> - это период функции.</p> <p>Всякая периодическая функция имеет бесконечное множество периодов. На практике обычно рассматривают <b>наименьший положительный период</b>.</p> <p>Значения периодической функции через промежуток, равный периоду, повторяются. Это используют при построении графиков.</p>
<b>Выпуклость</b>	<p><b>Выпуклый вверх</b> на интервале график расположен <b>не выше</b> касательной, проведённой к нему в произвольной точке данного интервала.</p> <p><b>Выпуклый вниз</b> же на интервале график – <b>не ниже</b> любой касательной на этом интервале.</p>
<b>Асимптота</b>	Прямая, к которой неограниченно близко приближается график функции при удалении его переменной точки в бесконечность
<b>График функции</b>	<b>Графиком функции</b> называется множество всех точек на координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции. Если некоторому значению $x=x_0$ соответствуют несколько значений (а не одно) $y$ , то такое соответствие не является функцией
<b>По материалам сайта</b>	<a href="http://fizmat.by/math/function">http://fizmat.by/math/function</a>

### Построение графиков функций с помощью различных преобразований

<b>Сдвиг по горизонтали</b>	<p>Пусть функция задана формулой <math>y = f(x)</math> и <math>a &gt; 0</math>. Тогда график функции <math>y = f(x - a)</math> сдвинут относительно исходной на <math>a</math> вправо. График функции <math>y = f(x + a)</math> сдвинут относительно исходной на <math>a</math> влево.</p>	
-----------------------------	--	--

<p><b>Сдвиг по вертикали</b></p>	<p>Пусть функция задана формулой <math>y = f(x)</math> и <math>C</math> — некоторое положительное число. Тогда график функции <math>y = f(x) + C</math> сдвинут относительно исходного на <math>C</math> вверх. График функции <math>y = f(x) - C</math> сдвинут относительно исходного на <math>C</math> вниз.</p>	
<p><b>Растяжение или сжатие по горизонтали</b></p>	<p>Пусть функция задана формулой <math>y = f(x)</math> и <math>k &gt; 0</math>. Тогда график функции <math>y = f(kx)</math> растянут относительно исходного в <math>k</math> раз по горизонтали, если <math>0 &lt; k &lt; 1</math>, и сжат относительно исходного в <math>k</math> раз по горизонтали, если <math>k &gt; 1</math>.</p>	
<p><b>Растяжение или сжатие по вертикали</b></p>	<p>Пусть функция задана формулой <math>y = f(x)</math> и <math>M &gt; 0</math>. Тогда график функции <math>y = M \cdot f(x)</math> растянут относительно исходного в <math>M</math> раз по вертикали, если <math>M &gt; 1</math>, и сжат относительно исходного в <math>M</math> раз по вертикали, если <math>0 &lt; M &lt; 1</math>.</p>	
<p><b>Отражение по горизонтали</b></p>	<p>График функции <math>y = f(-x)</math> симметричен графику функции <math>y = f(x)</math> относительно оси <math>Y</math>.</p>	
<p><b>Отражение по вертикали</b></p>	<p>График функции <math>y = -f(x)</math> симметричен графику функции <math>y = f(x)</math> относительно оси <math>X</math>.</p>	

<b>Модуль</b>	Функция $y = f(x)$ задана графически	
	Построим график функции $y = f( x )$ .	
	Теперь график функции $y =  f(x) $ .	
<b>По материалам сайта</b>	<a href="https://ege-study.ru/preobrazovanie-grafikov-funkcij/">https://ege-study.ru/preobrazovanie-grafikov-funkcij/</a>	

### Построение графиков функций методом сдвига осей координат

Пусть дана функция  $y(x) = \frac{a}{x+b} + c$ , где  $a, b, c$  – заданные числа и  $x \neq -b$ .

#### Алгоритм построения.

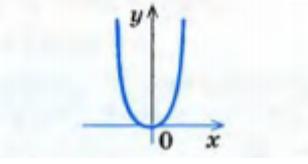
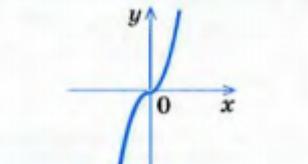
1. Предварительно записываем уравнение данной функции в каноническом виде (если оно в таком не представлено).
2. Строим график функции, из которого «произошла» данная функция. В нашем случае это функция  $y(x) = \frac{a}{x}$ , где  $x \neq 0$ , график которой называется гиперболой. Строим график обычным способом, но по вспомогательной системе координат, т.е. все линии и записи выполнены карандашом.
3. После того, как график построен, приравниваем выражение, содержащее  $x$ , к нулю (в нашем случае  $x+b=0$ ) и «сдвигаем» вспомогательную ось  $Oy$  вдоль оси  $Ox$  на  $b$  единиц вправо, если  $x=-b > 0$ , т.е. в сторону, противоположную знаку числа  $-b$ . Эта прямая и будет основной осью  $Oy$ .
4. Сдвигаем вспомогательную ось  $Ox$  вдоль оси  $Oy$  на  $c$  единиц вниз, если  $c > 0$ , или на  $c$  единиц вверх, если  $c < 0$ , т.е. в сторону противоположную знаку числа  $c$ . Эта прямая и будет основной осью  $Ox$ .
5. На пересечении основных осей отмечаем начало отсчёта  $(0;0)$ , а на самих осях отмечаем тот же единичный отрезок, что и во вспомогательных осях.
6. График данной функции построен.

## Понятие об обратных функциях

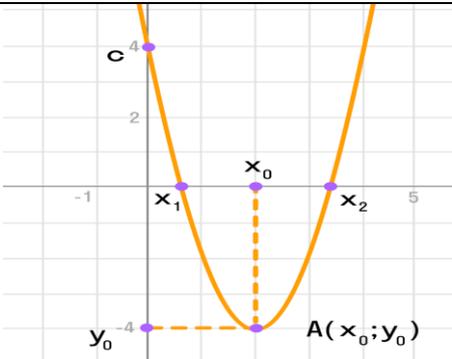
<b>Определение обратной функции</b>	Функцию $y=f(x)$ , $x \in X$ называют <b>обратимой</b> , если любое своё значение она принимает только в точке множества $X$ (если разным значениям аргумента соответствуют разные значения функции).
<b>Обратная функция</b>	<p>Положим, что <math>f</math> есть некоторая произвольная обратимая функция. Каждому числу из области её значений <math>y_0</math>, соответствует лишь одно число из области определения <math>x_0</math>, такое что <math>f(x_0) = y_0</math>.</p> <p>Если теперь мы каждому значению <math>x_0</math> поставим в соответствие значение <math>y_0</math>, то получим уже новую функцию. Например, для линейной функции <math>f(x) = k * x + b</math> функция <math>g(x) = (x - b)/k</math> будет являться обратной.</p> <p>Если некоторая функция <math>g</math> в каждой точке <math>x</math> области значений обратной функции <math>f</math> принимает значение <math>y</math> такое, что <math>f(y) = x</math>, то говорят, что функция <math>g</math> – есть обратная функция к <math>f</math>.</p>
<b>Теорема об обратной функции</b>	<b>Теорема:</b> если функция $f$ возрастает (или убывает) на некотором промежутке $A$ , то она обратима. Обратная к $f$ функция $g$ , определенная в области значений функции $f$ , также является возрастающей (или соответственно убывающей) функцией. Данная теорема называется <b>теоремой об обратной функции</b> .
<b>График</b>	<p>На графике изображены координатные оси <math>x</math> и <math>y</math>. Прямая <math>y=x</math> проходит через начало координат <math>O</math>. Две кривые, <math>y=f(x)</math> и <math>y=g(x)</math>, симметричны относительно этой прямой. Точка <math>(a, b)</math> на кривой <math>y=f(x)</math> имеет симметричную точку <math>(b, a)</math> на кривой <math>y=g(x)</math>.</p>

## Степенные функции

<b>Функция вида</b>	$y=x^{2n}$ , где $n \in \mathbb{N}$	$y=x^{2n+1}$ , где $n \in \mathbb{N}$
<b>Область определения</b>	$x \in \mathbb{R}$	$x \in \mathbb{R}$
<b>Область значений</b>	$[0; +\infty)$	$y \in \mathbb{R}$
<b>Монотонность</b>	убывает при $x \in (-\infty; 0)$ , возрастает при $x \in (0; +\infty)$	Возрастает при $x \in \mathbb{R}$
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	$(0; 0)$ при $x \in (-\infty; +\infty)$ , $y > 0$	$(0; 0)$ при $x \in (-\infty; 0]$ , $y > 0$ , при $x \in [0; +\infty)$ , $y < 0$ .
<b>Чётность и нечётность функции</b>	Чётная	Нечётная
<b>Периодичность</b>	Не периодическая	Не периодическая
<b>Выпуклость</b>	Выпуклая вниз	Выпуклая вверх при $x \in (-\infty; 0]$ , Выпуклая вниз при

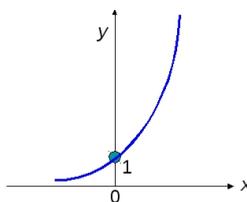
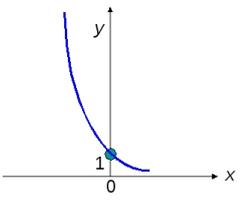
		$x \in [0; +\infty)$
<b>Асимптоты</b>	Нет	Нет
<b>График</b>	$y = x^{2n}, n \in \mathbb{N}$ 	$y = x^{2n+1}, n \in \mathbb{N}$ 

### Квадратичные функции

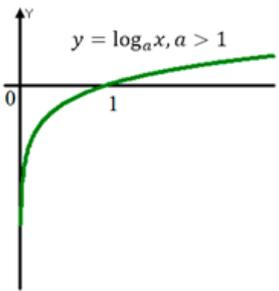
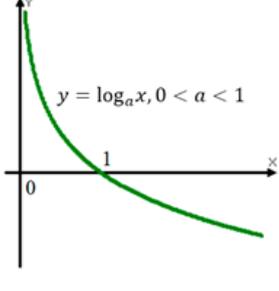
<b>Функция вида</b>	$y = ax^2 + bx + c$ , где $a \neq 0$	
<b>Вершина в точке</b>	$x_0 = -\frac{b}{2a}$	
<b>Направление ветвей</b>	$a < 0$	$a > 0$
	вниз	вверх
<b>Область определения</b>	$x \in (-\infty; +\infty)$	
<b>Область значений</b>	$a < 0$	$a > 0$
	$(+\infty; y_0]$	$[y_0; +\infty)$
<b>Монотонность</b>	$f(x)$ возрастает при $x \in (-\infty; x_0]$ $f(x)$ убывает при $x \in [x_0; +\infty)$	$f(x)$ убывает при $x \in (-\infty; x_0]$ $f(x)$ возрастает при $x \in [x_0; +\infty)$
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	$y=0$ при $x=x_1$ , при $x=x_2$ $y < 0$ при $x \in (-\infty; x_1)$ и $(x_2; +\infty)$ $y > 0$ $x \in (x_1; x_2)$ , если $x_1 < x_2$	$y=0$ при $x=x_1$ , при $x=x_2$ $y > 0$ при $x \in (-\infty; x_1)$ и $(x_2; +\infty)$ $y < 0$ $x \in (x_1; x_2)$ , если $x_1 < x_2$
	$a < 0$	$a > 0$
<b>Чётность и нечётность</b>	при $b = 0$ функция чётная	Общего вида
	Не периодическая	
<b>Периодичность</b>	Выпуклая вниз	
<b>Выпуклость</b>	Нет	
<b>Асимптоты</b>	Нет	
<b>График</b>		

### Показательные функции

<b>Функция вида</b>	$y = a^x$ , где $a > 0$ , $a \neq 1$ .	
<b>Дополнительные условия</b>	$a > 1$	$0 < a < 1$

<b>Область определения</b>	$D(y) = \mathbb{R}$	$D(y) = \mathbb{R}$
<b>Область значений</b>	$E(y) = (0; +\infty)$	$E(y) = (0; +\infty)$
<b>Монотонность</b>	Возрастает	Убывает
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	$y > 0$ при $x \in \mathbb{R}$	$y > 0$ при $x \in \mathbb{R}$
<b>Чётность и нечётность функции</b>	Общего вида	Общего вида
<b>Периодичность</b>	Не периодическая	Не периодическая
<b>Выпуклость</b>	Выпуклая вниз	Выпуклая вниз
<b>Асимптота</b>	Ось $Ox$	Ось $Ox$
<b>График</b>	$a > 1$ 	$0 < a < 1$ 

### Логарифмические функции

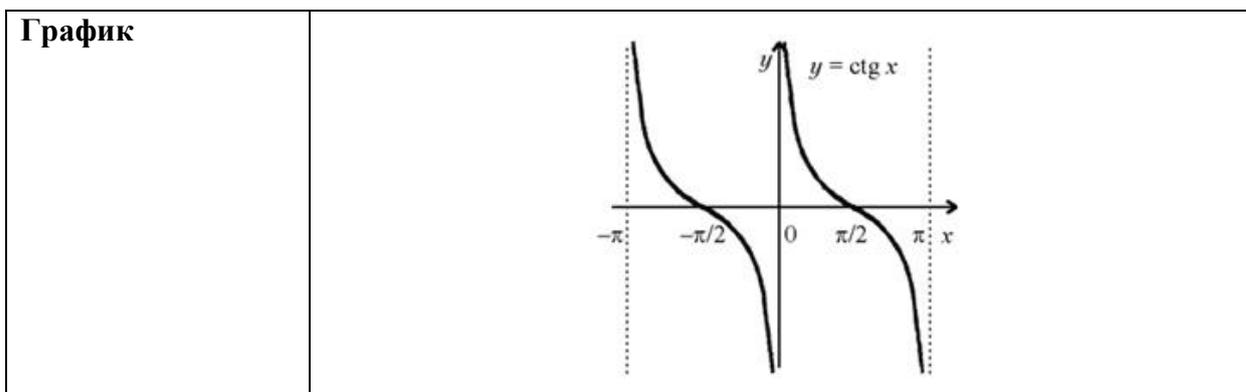
<b>Функция вида</b>	$y = \log_a x, a > 0, a \neq 1$	
<b>Дополнительные условия</b>	$a > 1$	$0 < a < 1$
<b>Область определения</b>	$D(f) = (0; +\infty)$	$D(f) = (0; +\infty)$
<b>Область значений</b>	$E(f) = (-\infty; +\infty)$	$E(f) = (-\infty; +\infty)$
<b>Монотонность</b>	Возрастает при $x \in (0; +\infty)$	Убывает при $x \in (0; +\infty)$
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	(1;0) $y > 0$ при $x \in (1; +\infty)$ $y < 0$ при $x \in (0; 1)$	(1;0) $y < 0$ при $x \in (1; +\infty)$ $y > 0$ при $x \in (0; 1)$
<b>Чётность и нечётность функции</b>	Общего вида	Общего вида
<b>Периодичность</b>	Не периодическая	Не периодическая
<b>Непрерывность</b>	Непрерывная	Непрерывная
<b>Выпуклость</b>	Выпуклая вверх	Выпуклая вниз
<b>Асимптота</b>	Ось $Oy$	Ось $Oy$
<b>Графиком логарифмической функции является логарифмическая кривая</b>		

### Тригонометрические функции

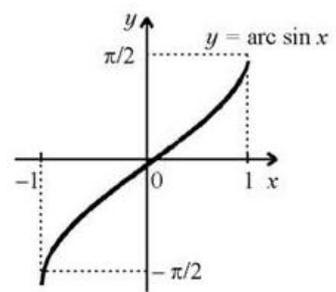
<b>Функция вида</b>	$y = \sin x$
<b>Область определения</b>	$x \in (-\infty; +\infty)$
<b>Область значений</b>	$y \in [-1; 1]$
<b>Монотонность</b>	<p>Убывает при <math>x \in \left[ \frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi \cdot k \right], k \in \mathbf{Z}</math></p> <p>Возрастает при <math>x \in \left[ -\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k; \frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k \right], k \in \mathbf{Z}</math>,</p> <p><math>\mathbf{Z}</math> – множество целых чисел.</p>
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	<p><math>y = 0</math>, при <math>x = \pi \cdot k</math>, где <math>k \in \mathbf{Z}</math></p> <p><math>\sin x &gt; 0</math> при <math>x \in (2\pi n, \pi + 2\pi n), n \in \mathbf{Z}</math>;</p> <p><math>\sin x &lt; 0</math> при <math>x \in (-\pi + 2\pi n, 2\pi n), n \in \mathbf{Z}</math>.</p>
<b>Чётность и нечётность функции</b>	нечётная
<b>Наименьший положительный период</b>	$T = 2\pi$
<b>Выпуклость</b>	<p>Выпуклая вниз при <math>x \in [-\pi + 2\pi \cdot k; 2\pi \cdot k], k \in \mathbf{Z}</math>,</p> <p>выпуклая вверх при <math>x \in [2\pi \cdot k; \pi + 2\pi \cdot k], k \in \mathbf{Z}</math>.</p>
<b>Асимптоты</b>	Нет
<b>Графиком функция является</b>	<p>синусоида</p>
<b>Функция вида</b>	$y = \cos x$
<b>Область определения</b>	$x \in (-\infty; +\infty)$
<b>Область значений</b>	$y \in [-1; 1]$
<b>Монотонность</b>	<p>Убывает при <math>x \in [2\pi \cdot k; \pi + 2\pi \cdot k], k \in \mathbf{Z}</math></p> <p>Возрастает при <math>x \in [-\pi + 2\pi \cdot k; 2\pi \cdot k], k \in \mathbf{Z}</math>.</p>
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	$y = 0$ , при $x = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ , где $k \in \mathbf{Z}$

	$\cos x > 0 \text{ при } x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbf{Z};$ $\cos x < 0 \text{ при } x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right), n \in \mathbf{Z}.$
<b>Чётность и нечётность функции</b>	Чётная
<b>Наименьший положительный период</b>	$T = 2\pi$
<b>Выпуклость</b>	$x \in \left[\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k; \frac{3\pi}{2} + 2\pi \cdot k\right], k \in \mathbf{Z}$ выпуклая вниз при $x \in \left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k; \frac{\pi}{2} + 2\pi \cdot k\right], k \in \mathbf{Z}$ выпуклая вверх при
<b>Асимптоты</b>	Нет
<b>График</b>	
<b>Функция вида</b>	$y = \text{tg}(x)$
<b>Область определения</b>	$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k\right), \text{ где } k \in \mathbf{Z}$
<b>Область значений</b>	$y \in (-\infty; +\infty)$
<b>Монотонность</b>	$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k\right), k \in \mathbf{Z}$ возрастает при
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	$x = \pi \cdot k, k \in \mathbf{Z}$ $\text{tg } x > 0 \text{ при } x \in \left(\pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in \mathbf{Z};$ $\text{tg } x < 0 \text{ при } x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \pi n\right), n \in \mathbf{Z}.$
<b>Чётность и нечётность</b>	Нечётная
<b>Наименьший положительный период</b>	$T = \pi$

<b>Выпуклость</b>	$x \in \left[ \pi \cdot k; \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k \right), k \in \mathbf{Z}$ , выпуклая вниз при $x \in \left( -\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; \pi \cdot k \right], k \in \mathbf{Z}$ выпуклая вверх при
<b>Асимптоты</b>	$x = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k$ , где $k \in \mathbf{Z}$ (вертикальные)
<b>Графиком функции является тангенсоида</b>	
<b>Функция вида</b>	$y = \text{ctg}(x)$
<b>Область определения</b>	$x \in (\pi \cdot k; \pi + \pi \cdot k), k \in \mathbf{Z}$
<b>Область значений</b>	$y \in (-\infty; +\infty)$
<b>Монотонность</b>	убывает при $x \in (\pi \cdot k; \pi + \pi \cdot k), k \in \mathbf{Z}$ .
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	$x = \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k, k \in \mathbf{Z}$ $\text{ctg } x > 0$ при $x \in \left( \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n \right), n \in \mathbf{Z}$ ; $\text{ctg } x < 0$ при $x \in \left( -\frac{\pi}{2} + \pi n, \pi n \right), n \in \mathbf{Z}$ .
<b>Чётность и нечётность</b>	Нечётная
<b>Наименьший положительный период</b>	$T = \pi$
<b>Выпуклость</b>	$x \in \left( \pi \cdot k; \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k \right), k \in \mathbf{Z}$ , выпуклая вниз при $x \in \left[ -\frac{\pi}{2} + \pi \cdot k; \pi \cdot k \right), k \in \mathbf{Z}$ выпуклая вверх при
<b>Асимптоты</b>	$x = \pi \cdot k, k \in \mathbf{Z}$ (вертикальные)



### Обратные тригонометрические функции

<b>Функция вида</b>	$y = \arcsin(x)$
<b>Область определения</b>	$x \in [-1; 1]$
<b>Область значений</b>	$y \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
<b>Монотонность</b>	Возрастает при $x \in [-1; 1]$ .
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	$(0; 0)$ $y > 0$ при $x \in (-\infty; 0)$ $y < 0$ при $x \in (0; +\infty)$
<b>Чётность и нечётность</b>	Нечётная
<b>Периодичность</b>	Не периодическая
<b>Выпуклость</b>	Выпуклая вниз при $x \in [0; 1]$ , выпуклая вверх при $x \in [-1; 0]$ .
<b>Асимптоты</b>	Нет
<b>График</b>	
<b>Функция вида</b>	$y = \arccos(x)$
<b>Область определения</b>	$x \in [-1; 1]$
<b>Область значений</b>	$y \in [0; \pi]$
<b>Монотонность</b>	Убывает при $x \in [-1; 1]$ .
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	Нет $y > 0$ при $x \in [-1; 1]$
<b>Чётность и нечётность</b>	Общего вида

<b>Периодичность</b>	Не периодическая
<b>Выпуклость</b>	Выпуклая вниз при $x \in [-1; 0]$ , выпуклая вверх при $x \in [0; 1]$ .
<b>Асимптоты</b>	Нет
<b>График</b>	
<b>Функция вида</b>	$y = \arctg(x)$
<b>Область определения</b>	$x \in (-\infty; +\infty)$
<b>Область значений</b>	$y \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$
<b>Монотонность</b>	возрастает при $x \in (-\infty; +\infty)$ .
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	$(0; 0)$ $y > 0$ при $x \in (-\infty; 0)$ $y < 0$ при $x \in (0; +\infty)$
<b>Чётность и нечётность</b>	Нечётная
<b>Периодичность</b>	Не периодическая
<b>Выпуклость</b>	Выпуклая вниз при $x \in (-\infty; 0]$ , выпуклая вверх при $x \in [0; +\infty)$ .
<b>Асимптоты</b>	Нет
<b>График</b>	
<b>Функция вида</b>	$y = \text{arccctg}(x)$
<b>Область определения</b>	$x \in (-\infty; +\infty)$
<b>Область значений</b>	$y \in (0; \pi)$
<b>Монотонность</b>	убывает при $x \in (-\infty; +\infty)$ .

<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	Нет $y > 0$ при $x \in (-\infty; +\infty)$
<b>Чётность и нечётность</b>	Общего вида
<b>Периодичность</b>	Не периодическая
<b>Выпуклость</b>	Выпуклая вниз при $x \in [0; +\infty)$ , выпуклая вверх при $x \in (-\infty; 0]$ .
<b>Асимптоты</b>	Нет
<b>График</b>	<p style="text-align: center;"><math>y = \text{arc ctg } x</math></p>

## РАЗДЕЛ. ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ.

### Занятие № 43. Тема. Функции. Область определения и множество значений: график функции, построение графиков функций.

Перед началом работы с разделом пройдите **Задание № 1** входное тестирование по ссылке: <https://docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLSf1cn6POtEs03VWYs6xq9zaEUvVwdg3s8Y-rZNMk-Q5cnBmtQ/viewform>

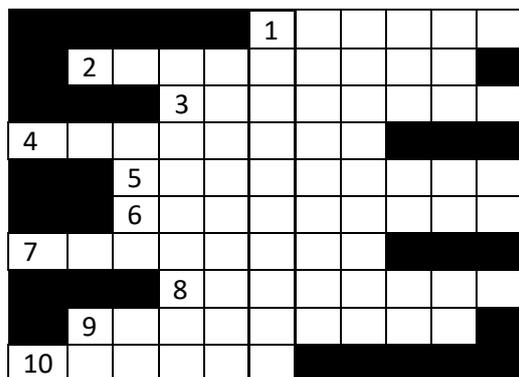
**Ссылку нужно скопировать и вставить в адресную строку браузера.**

Скриншот копировать и вставлять в рабочую тетрадь не нужно, т.к. отметка о прохождении и количество полученных баллов приходят преподавателю автоматически.

**Ответы на остальные задания вбиваются в рабочую тетрадь (допускается фото) и направляются на адрес электронной почты: [lafutkinai@mail.ru](mailto:lafutkinai@mail.ru). Рабочие тетради обязательно должны быть подписаны в самом начале!**

### Задание № 2. Кроссворд.

*Инструкция к заданию.* Кроссворды- переплетение слов (крестословица). Чтобы разгадать кроссворд, надо слова, значения которых указаны в условии, записать по одной букве в каждую клетку фигуры, начиная с пронумерованной клетки и заканчивая последней пустой, отдельно по вертикали и отдельно по горизонтали.



По горизонтали:

1. График линейной функции.
2. Функция вида  $y=x^n$ , где  $n \in \mathbb{R}$ .
3. График квадратичной функции.
4. Независимая переменная.
5. Вспомогательная прямая при построении графиков некоторых функций.
6. График функции  $y=k/x$ .
7. Функция, обладающая свойством  $y(-x) = -y(x)$  при всех значениях  $x$  из области определения функции.
8. Функция вида  $y=kx+b$ .
9. Функция, у которой большему значению аргумента соответствует меньшее значение этой функции.
10. Функция, график которой симметричен относительно начала координат.

По вертикали:

1. Аргумент.

**Критерии оценки кроссворда:**

**10% ошибок – «отлично»**

**20% ошибок - «хорошо»**

**30% ошибок – «удовлетворительно»**

Оценка \_\_\_\_\_ подпись преподавателя \_\_\_\_\_

**Занятие № 44. Тема. Свойства функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.**

**Задание № 3.**

1. Что такое функция? Дайте определение.

---

---

---

2. Какие вы знаете способы задания функции? Выполните упражнение по ссылке: <https://learningapps.org/watch?v=psol1fbsyj23> и вставьте скриншот выполненного задания к соответствующему способу задания функции.

---

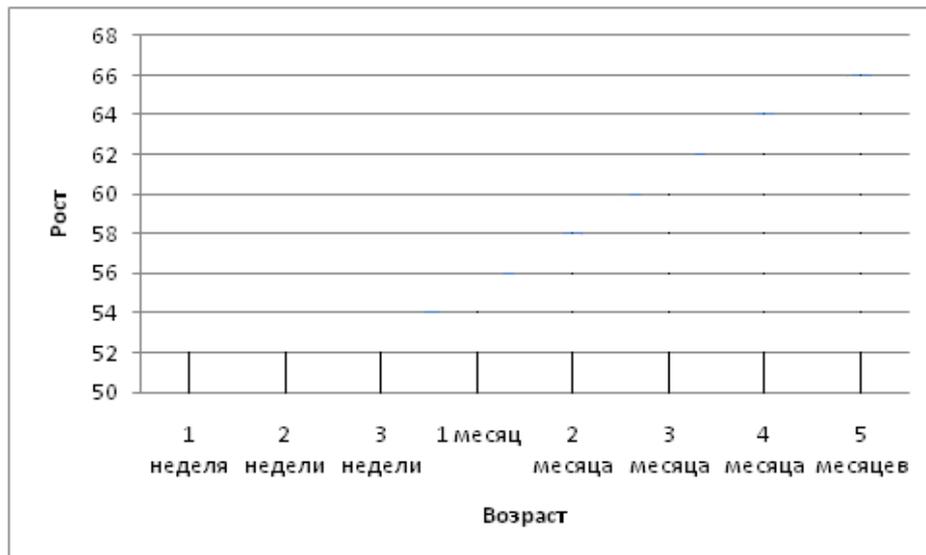
---

3. Вставьте пропущенное слово: кардиограмма – это график работы \_\_\_\_\_.

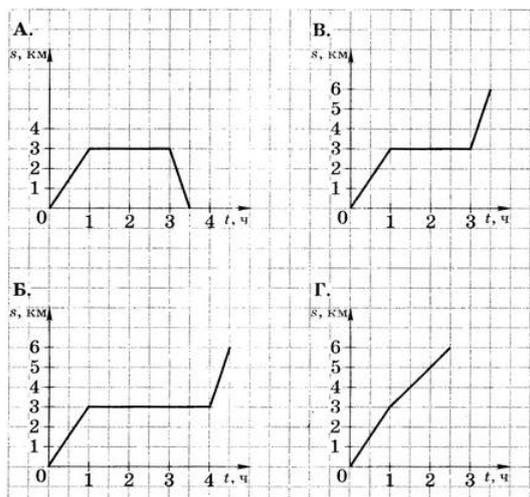
4. Таблицей заданы данные о росте ребенка в течении первых 5 месяцев жизни:

Возраст	0 неделя	1 неделя	2 неделя	3 неделя	1 месяц	2 месяца	3 месяца	4 месяца	5 месяцев
Рост, см	49	49	49	51	52	54	57	58	60

Имея таблицу значений функциональной зависимости роста от возраста, вы должны по точкам построить график:



5. Патронажная медсестра, беспокоясь о новорожденном ребенке, чья мама, будучи беременной, перенесла коронавирусную инфекцию, в свой выходной день отправилась проверить этого ребенка на дому, провела в семье мальчика 2 часа и вернулась обратно домой. Выберите график, описывающий зависимость пройденного расстояния от времени:



Укажите букву:

6. Внимательно рассмотрите приведенные внизу графики. Прочитайте графики и запишите результат.

## Коронавирус в России

Число новых подтвержденных случаев заболевания COVID-19



Источник: [коммуникационный центр правительства России](#)

BBC

---



---



---



---



---



---

7. Используя таблицу показаний, постройте графики температуры, пульса и артериального давления на температурном листе. Отмечайте только показания утра  
Условные обозначения: П – пульс, АД – артериальное давление,  $T^0$  – температура, у – утро, в – вечер.

№ карты \_\_\_\_\_ Температурный лист \_\_\_\_\_ № палаты \_\_\_\_\_  
 Фамилия, И.О. пациента \_\_\_\_\_

Дата																								
День заболевания																								
День пребывания в стационаре			15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28								
П	АД	T°	у	в	у	в	у	в	у	в	у	в	у	в	у	в	у	в	у	в	у	в	у	в
			90	125	38																			
80	100	37																						
70	75	36																						
60	50	35																						
Дыхание																								
Вес																								
Выпито жидкости																								
Суточное к-во мочи																								
Стул																								
Ванна																								

Таблица показаний к температурному листу

День	15	16	17	18	19	20	21
T°	38,7	38,1	37,5	37,5	37,6	37,9	37,2
АД	120/80	110/70	110/70	100/60	120/90	110/70	100/60
П	75	72	70	72	68	65	62

День	22	23	24	25	26	27	28
T°	36,8	36,9	36,5	36,7	36,6	36,5	36,6
АД	110/80	115/75	120/80	110/75	115/65	100/60	95/60
П	64	66	75	72	70	68	65

**Уважаемый студент! Далее оценивать я Вас буду так:**

**Критерии оценки ответов на все устные вопросы (во всех пунктах):**

Ответ оценивается оценкой «отлично», если Вы:

полностью раскрыли содержание материала в объёме, предусмотренном программой, изложили материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику; продемонстрировали усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов; отвечали самостоятельно без наводящих вопросов преподавателя. Возможны одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые Вы исправили по замечанию преподавателя.

Ответ оценивается оценкой «хорошо», если:

в изложении материала допущены небольшие пробелы, не искажающие математическое содержание ответа, допущены один – два недочёта при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя.

Ответ оценивается оценкой «удовлетворительно», если:

неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала; имелись ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, выкладках, исправленные после наводящих вопросов преподавателя.

Ответ оценивается оценкой «неудовлетворительно», если:

не раскрыто основное содержание учебного материала; обнаружено незнание или непонимание Вами большей или наиболее важной части учебного материала; допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в выкладках, которые не исправлены после наводящих вопросов преподавателя.

**Критерии оценки усвоения знаний и сформированности умений (во всех пунктах):**

Оценка «5» ставится, если правильно выполнены все задания, получены правильные ответы.

Оценка «4» ставится, если правильно выполнены все задания, получены правильные ответы, но имеются недочёты в описании или порядке выполнения задания.

Оценка «3» ставится, если правильно выполнены все задания, получены правильные ответы, но имеются недочёты в описании или порядке выполнения задания и допущены незначительные ошибки, не влияющие на ответ к задаче.

Оценка «2» ставится, если не решено правильно ни одного задания.

Оценка \_\_\_\_\_ подпись преподавателя \_\_\_\_\_

**Занятие № 45. Тема. Понятие об обратных функциях.**

**Задание № 4.**

Ответьте на вопросы:

1. Какую функцию называют обратимой?

---

---

---

2. Сформулируйте теорему об обратной функции (без доказательства).

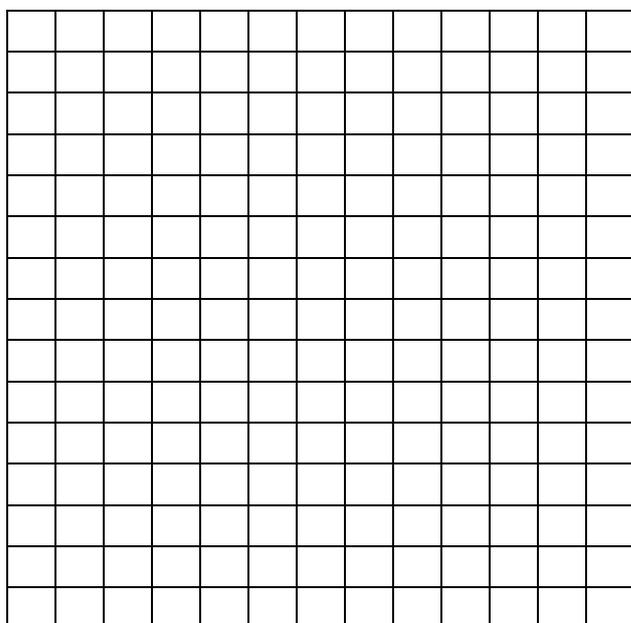
---

---

3. Решите задачу:

Дана функция  $y = x^2$ ,  $x \geq 0$ . Постройте обратную функцию.

Указание: симметрия относительно прямой  $y=x$ .



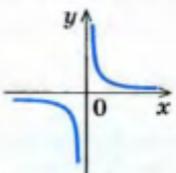
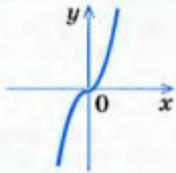
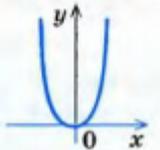
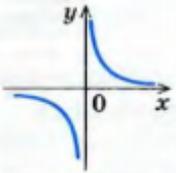
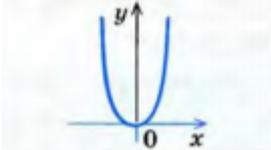
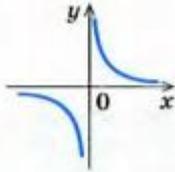
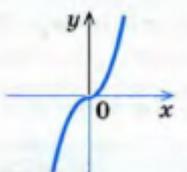
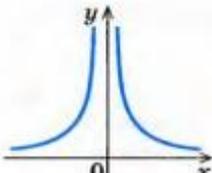
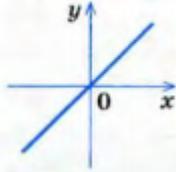
Оценка \_\_\_\_\_ подпись преподавателя \_\_\_\_\_

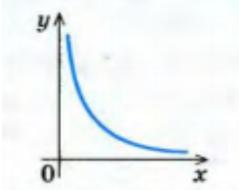
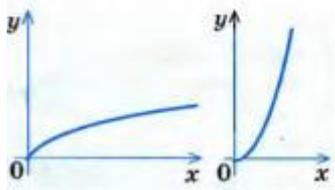
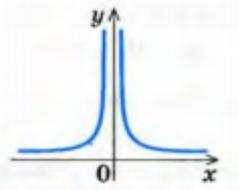
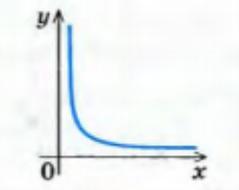
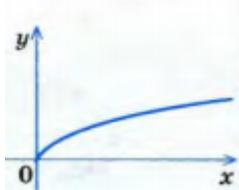
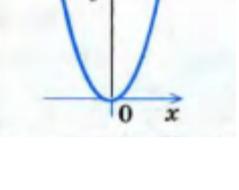
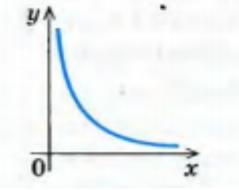
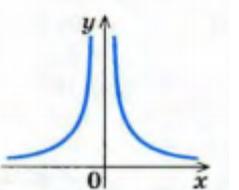
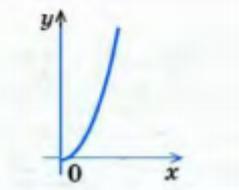
Занятие № 46. Тема. Степенные функции.

Задание № 5.  
Соберите пазл.

Графики степенной функции ( $y=x^{\alpha}$ )			
$\alpha$ – чётное натуральное число			
$\alpha$ – нечётное натуральное число			
$\alpha$ – нечётное отрицательное число			
$\alpha$ – чётное отрицательное число			
$\alpha$ – нецелое положительное число			
$\alpha$ – нецелое отрицательное число			

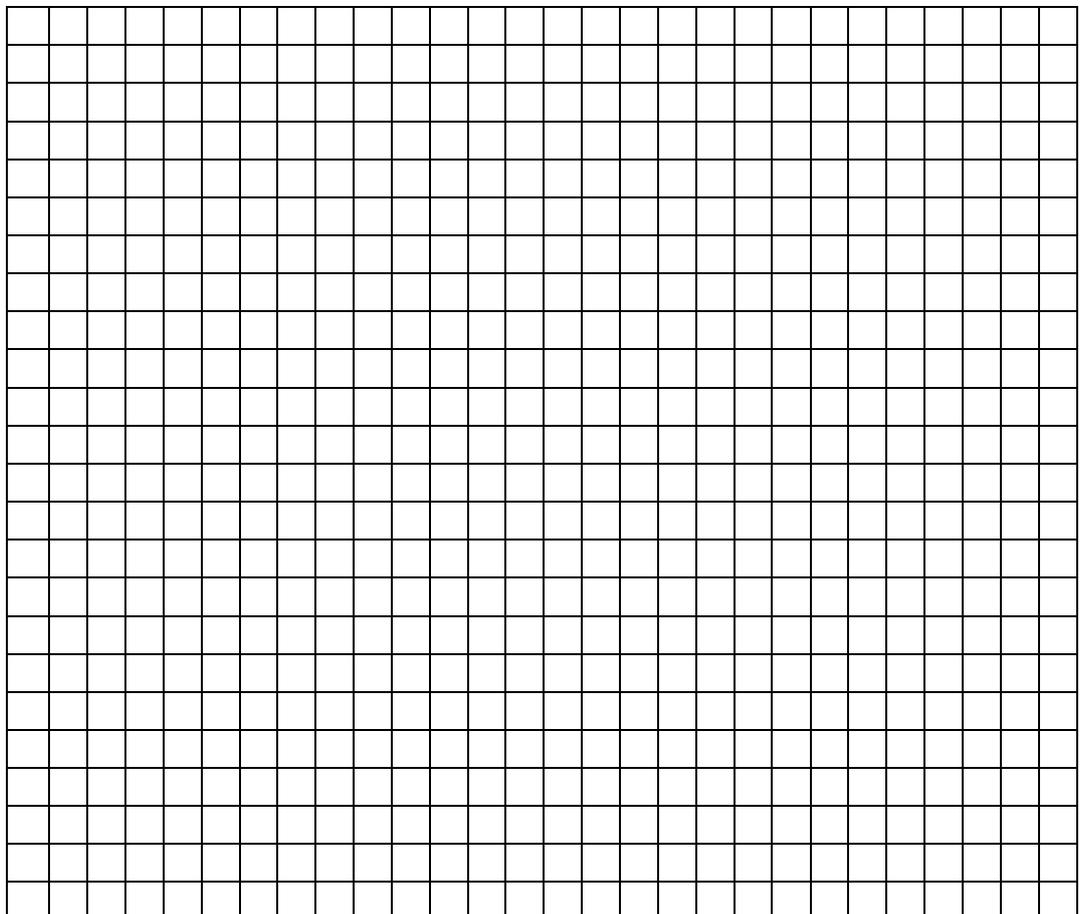
Карточки для пазла

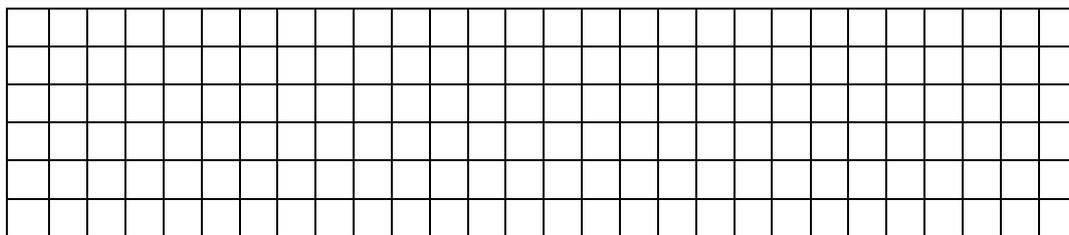
$y = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$ 	$y = x^{2n+1}, n \in \mathbb{N}$ 	$y = x^{2n}, n \in \mathbb{N}$ 
$y = x^{-1} = \frac{1}{x}$ 	$y = x^4$ 	$y = x^{-(2n-1)} = \frac{1}{x^{2n-1}}, n \in \mathbb{N}$ 
$y = x^3$ 	$y = x^{-2n} = \frac{1}{x^{2n}}, n \in \mathbb{N}$ 	$y = x^1$ 

$y = x^{-\frac{1}{2}}$ 	$y = x^\alpha$ $(\alpha > 0, \alpha \text{ — нецелое})$ 	$y = x^{-4} = \frac{1}{x^4}$ 
$y = x^{-\frac{3}{2}}$ 	$y = x^{\frac{1}{2}}$ 	$y = x^2$ 
$y = x^\alpha$ $(\alpha < 0, \alpha \text{ — нецелое})$ 	$y = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$ 	$y = x^{\frac{3}{2}}$ 

**Задание № 6.**

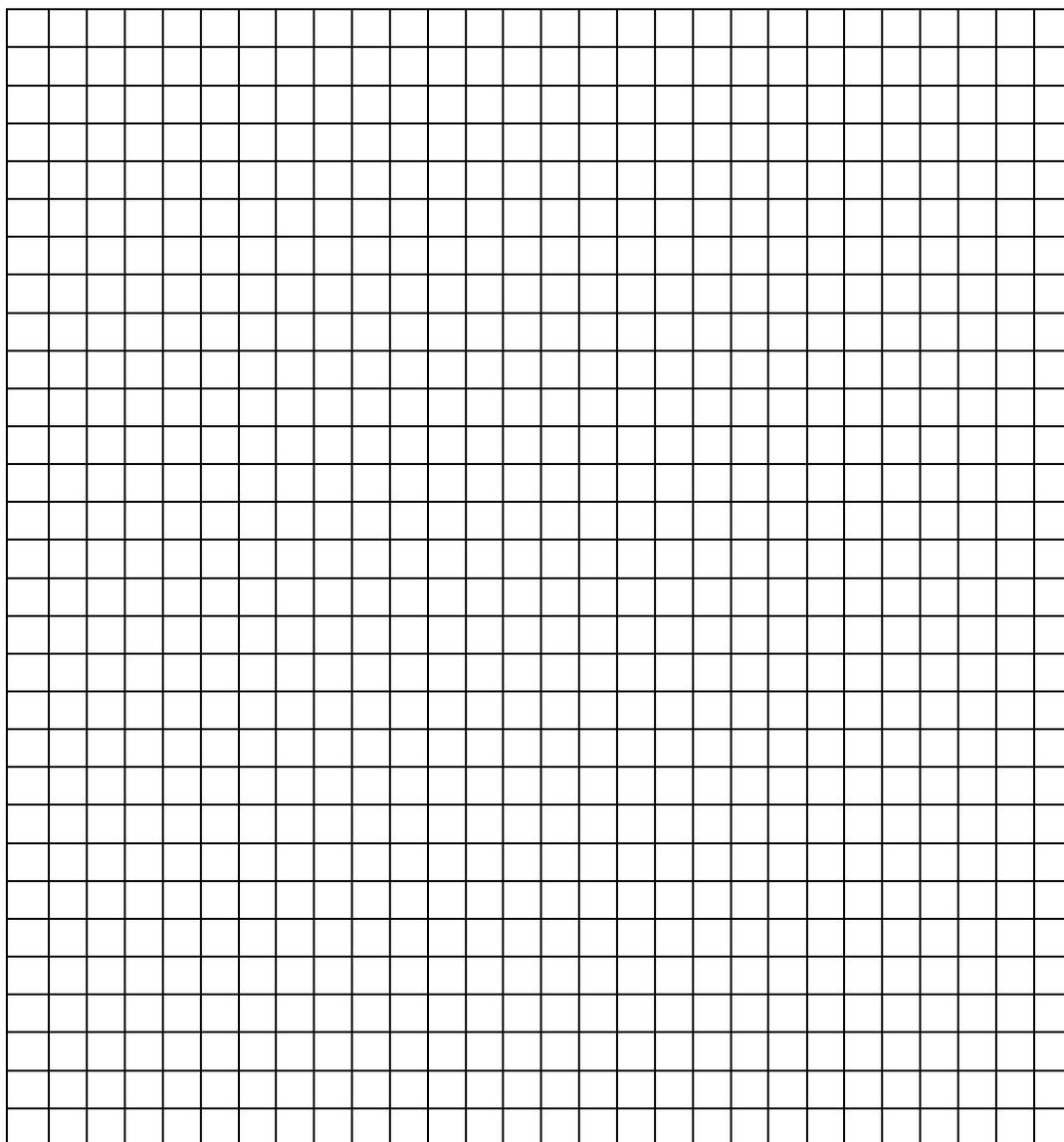
**Постройте график функции  $y = x^2 - 7x + 10$  и укажите все её свойства (в таблице)**





**Задание № 7.**

Постройте график функции  $y(x) = \frac{-4}{3-x} - 2$  методом сдвига осей координат.  
Запишите алгоритм построения.

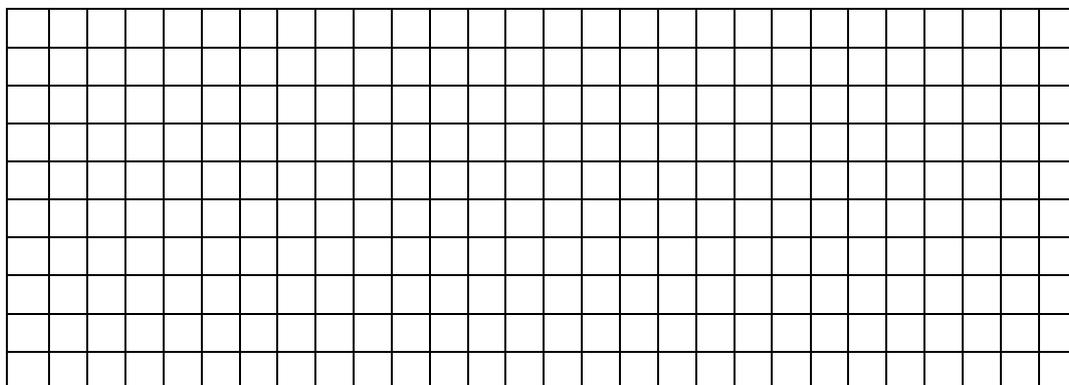


Оценка \_\_\_\_\_ подпись преподавателя \_\_\_\_\_

## Занятие № 47. Тема. Показательные функции.

### Задание № 8.

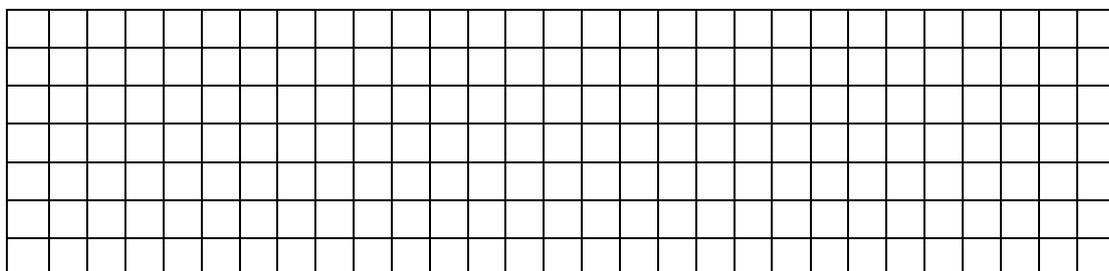
1. Постройте график функции  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  и укажите (в таблице) все свойства этой функции



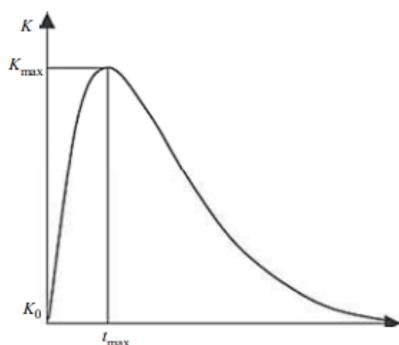
2. Задание «Сладкий перчик».

Подумайте и ответьте на вопрос:

- 1) Почему заработную плату медицинской сестры можно сравнить с графиком функции заданной формулой  $y = a^x$ , где  $0 < a < 1$ ;
- 2) а удовольствие от сохранения здоровья граждан и спасения жизней – с графиком функции  $y = a^x$ , где  $a > 1$ .



3. Перед Вами кривая изменения концентрации лекарственного препарата в крови согласно функции  $K(t)$ . Воспользовавшись данными графика опишите зависимость между концентрацией препарата в крови и временем.



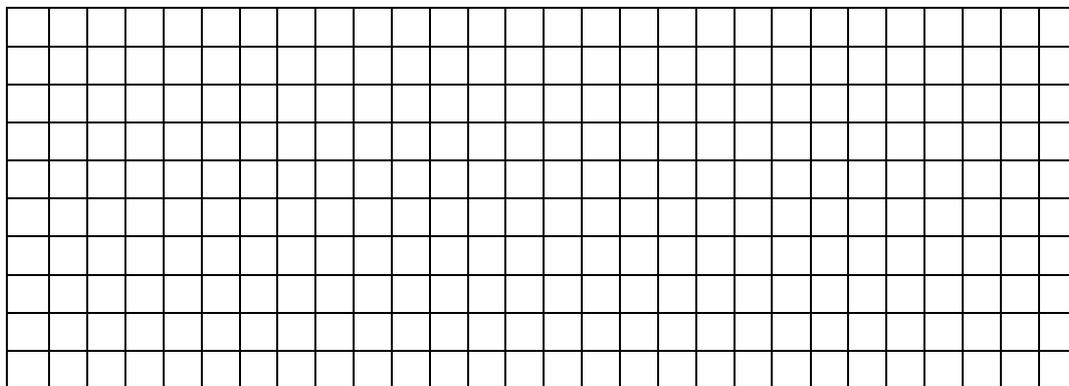


**Занятие № 48. Тема. Логарифмические функции.**

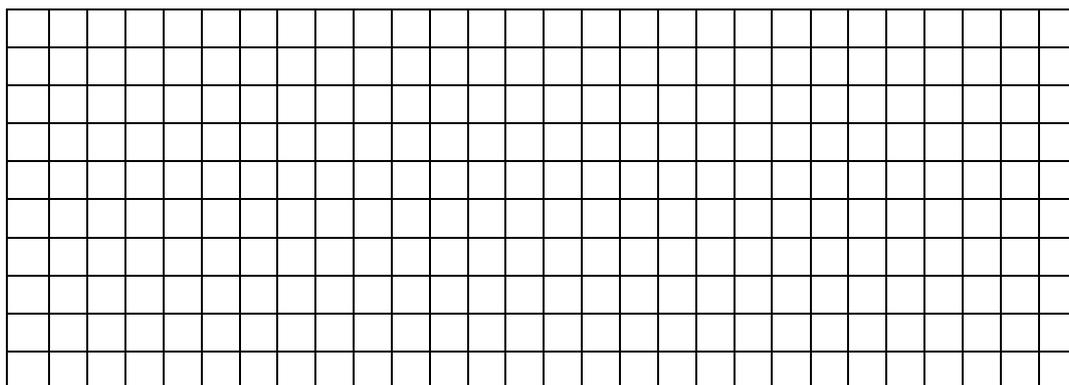
**Задание № 9.**

**Задание. Постройте графики с помощью различных преобразований.**

**1. Постройте график функции  $y = \lg(x+2)$**



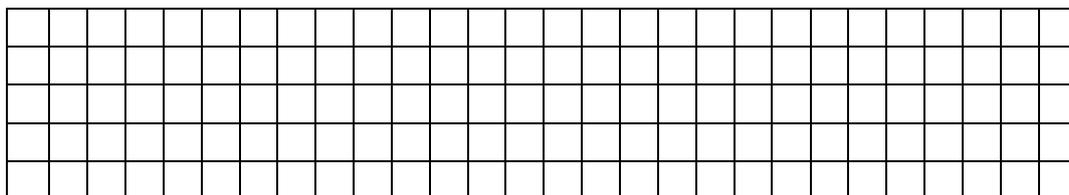
**2. Постройте график функции  $y = \lg(-x)$**



**Задание из категории «Надо подумать».**

Подумайте и ответьте, какая кривая обладает замечательным свойством - способна восстанавливать свою форму после различных преобразований.

По форме близки к этой кривой: раковина моллюска, галактика Водоворот, область низкого давления.

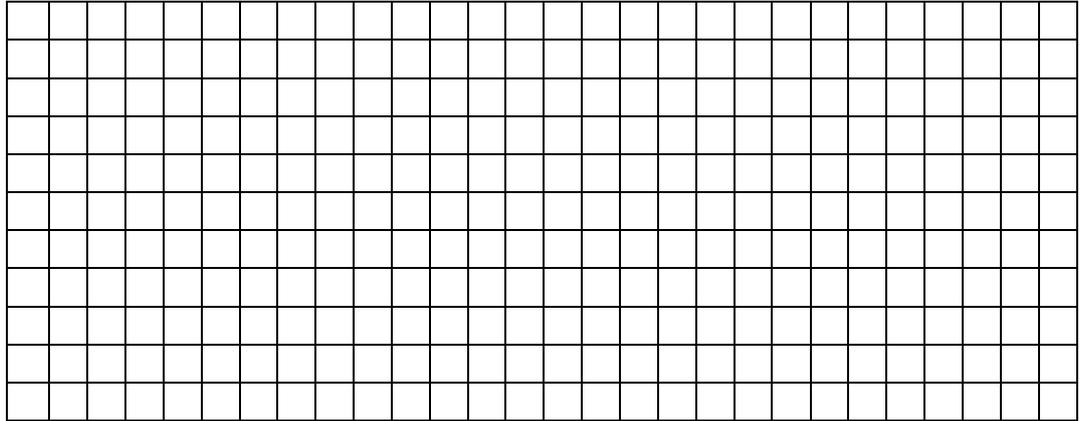


Оценка \_\_\_\_\_ подпись преподавателя \_\_\_\_\_

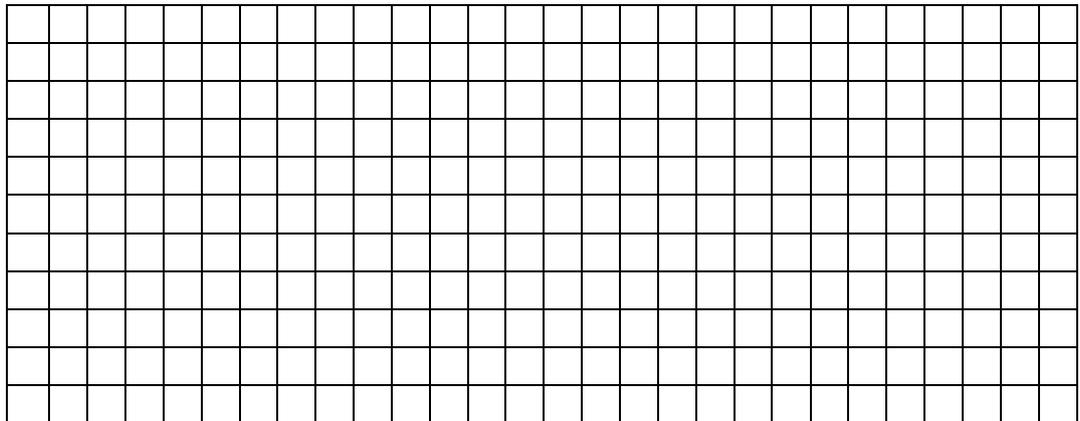
Задание № 10.

Задание. Постройте графики с помощью различных преобразований.

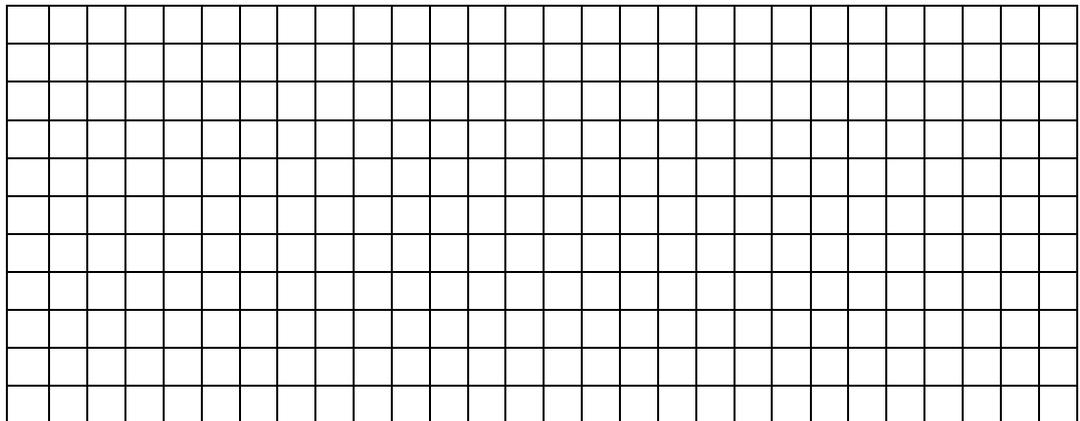
1. Постройте график функции  $y = \sin x$ ,  $y = \sin \frac{1}{2}x$ ,  $y = \sin 2x$



2. Постройте график функции  $y = \cos x$ ,  $y = 2\cos x$ ,  $y = 0,5 \cos x$



3. Постройте график функции  $y = \operatorname{arcsctg} x$





«Однажды бесконечная синусоида отправилась, вопреки желанию своих родителей, на прогулку к морю».

- нарастание напряжения;

«Кто же знал, что на пути нашу наивную синусоиду будет ожидать столько препятствий...»

- кульминация;

«Совсем уже отчаялась наша синусоида, как, вдруг...»

- развязка.

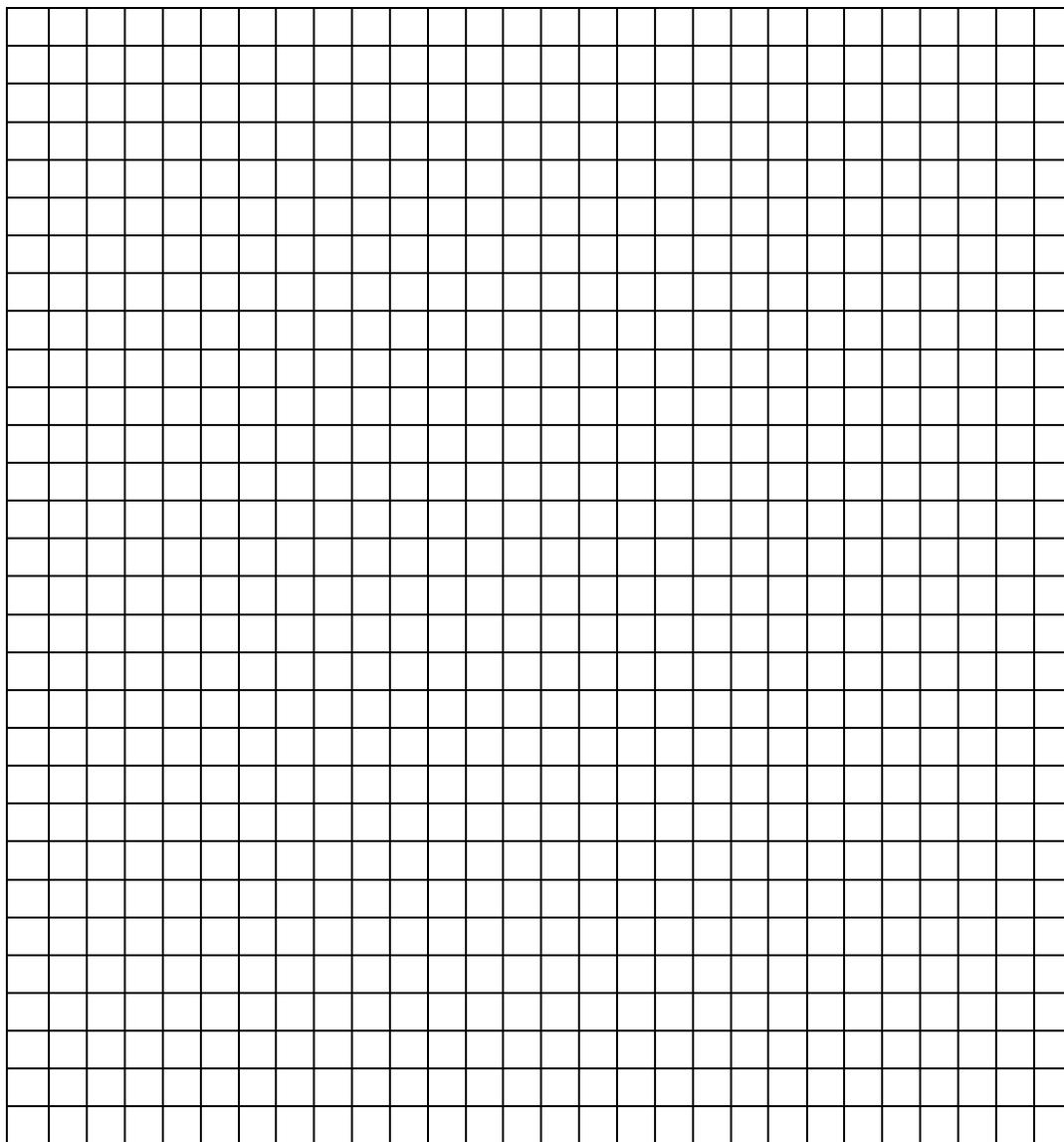
«Всё хорошо закончилось. Наша синусоида совсем даже не пострадала, но многому научилась. Она с радостью вернулась в дом к своим родителям».

Задание для Олимпиады

\*Задание повышенной сложности.

Найдите графически число корней уравнения

$$\lg |x - 1| = -x^2 + 4.$$



**Критерий оценки.**

Задание выполнено полностью правильно. **Оценка «отлично».**

Имеются недочёты, не влияющие на решение. **Оценка «хорошо».**

\*Примечание. Для любознательных - дополнительное задание.

# ЭТАЛОНЫ ОТВЕТОВ К ЗАДАНИЯМ

## Раздел. Функции и графики.

### Занятие № 43. Тема. Функции. Область определения и множество значений: график функции, построение графиков функций.

#### Задание № 1

#### Тестирование в формате Гугл – тестов.

Функции Всего 25/25

Фамилия Имя № группы \*  
Тест владной

✓ Зависимость переменной  $y$  от переменной  $x$  называется функцией, если \*1 из 1  
 если каждому значению  $x$  соответствует значение  $y$ ;  
 если каждому значению  $x$  соответствует единственное значение  $y$ .

✓ Переменную  $x$  называют независимой переменной или \* 1 из 1  
 значением функции;  
 аргументом.

✓ Все значения, которые принимает  $x$ , образуют \* 1 из 1  
 область определения функции;  
 множество значений функции;  
 нули функции;  
 промежутки знакопостоянства.

✓ все значения, которые принимает  $y$ , образуют \* 1 из 1  
 область определения функции;  
 множество значений функции;  
 нули функции;  
 промежутки знакопостоянства.

✓ Если функция задана формулой, то считают, что область определения состоит из всех значений переменной, при которых эта формула (запишите с маленькой буквы через 1 пробел) \*1 из 1  
 имеет смысл

✓ Способы задания функции: \* 1 из 1  
 аналитически (формула);  
 таблица (множество пар);  
 графически;  
 все варианты верны.

✓ Функция  $f(x)$  называется возрастающей на данном числовом \*1 из 1  
 промежутке

Математика СД 1 курс - Google | Функции - Google Forms | Функции

docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLS1t...  
 Авто Дом Отдых Кабинеты Компьютеры YouTube ВКонтакте Яндекс Рамблер Mail.ru Gismeteo

✓ Функция  $f(x)$  называется возрастающей на данном числовом промежутке \* 1 из 1

- если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции;
- если большему значению аргумента соответствует большее значение функции. ✓
- если она монотонна;
- нет правильного ответа.

✓ Функция  $f(x)$  называется убывающей на данном числовом промежутке \* 1 из 1

- если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции. ✓
- если большему значению аргумента соответствует большее значение функции;
- если она монотонна;
- нет правильного ответа.

✓ Функция называется монотонной, если \* 1 из 1

- если большему значению аргумента соответствует большее значение функции;
- если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции;
- функция, только возрастающая или только убывающая на данном числовом промежутке. ✓

Математика СД 1 курс - Google | Функции - Google Forms | Функции

docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLS1t...  
 Авто Дом Отдых Кабинеты Компьютеры YouTube ВКонтакте Яндекс Рамблер Mail.ru Gismeteo

✓ Функция называется монотонной, если \* 1 из 1

- если большему значению аргумента соответствует большее значение функции;
- если большему значению аргумента соответствует меньшее значение функции;
- функция, только возрастающая или только убывающая на данном числовом промежутке. ✓
- нет правильного ответа.

✓ Нули функции это \* 1 из 1

- Значения  $x$ , при которых  $y=0$ . ✓
- Область определения функции;
- Область значения функции;
- Это абсциссы точек пересечения графика функции с осью  $Ox$ . ✓

✓ Верно ли утверждение. Промежутки значений  $x$ , на которых значения функции  $y$  либо только положительные, либо только отрицательные, называются промежутками знакопостоянства функции. \* 1 из 1

- Да. ✓
- Нет.

Математика СД 1 курс - Google | Функции - Google Forms | Функции

docs.google.com/forms/d/e/1FAIpQLS1t...  
 Авто Дом Отдых Кабинеты Компьютеры YouTube ВКонтакте Яндекс Рамблер Mail.ru Gismeteo

✓ Четная функция обладает следующими свойствами \* 1 из 1

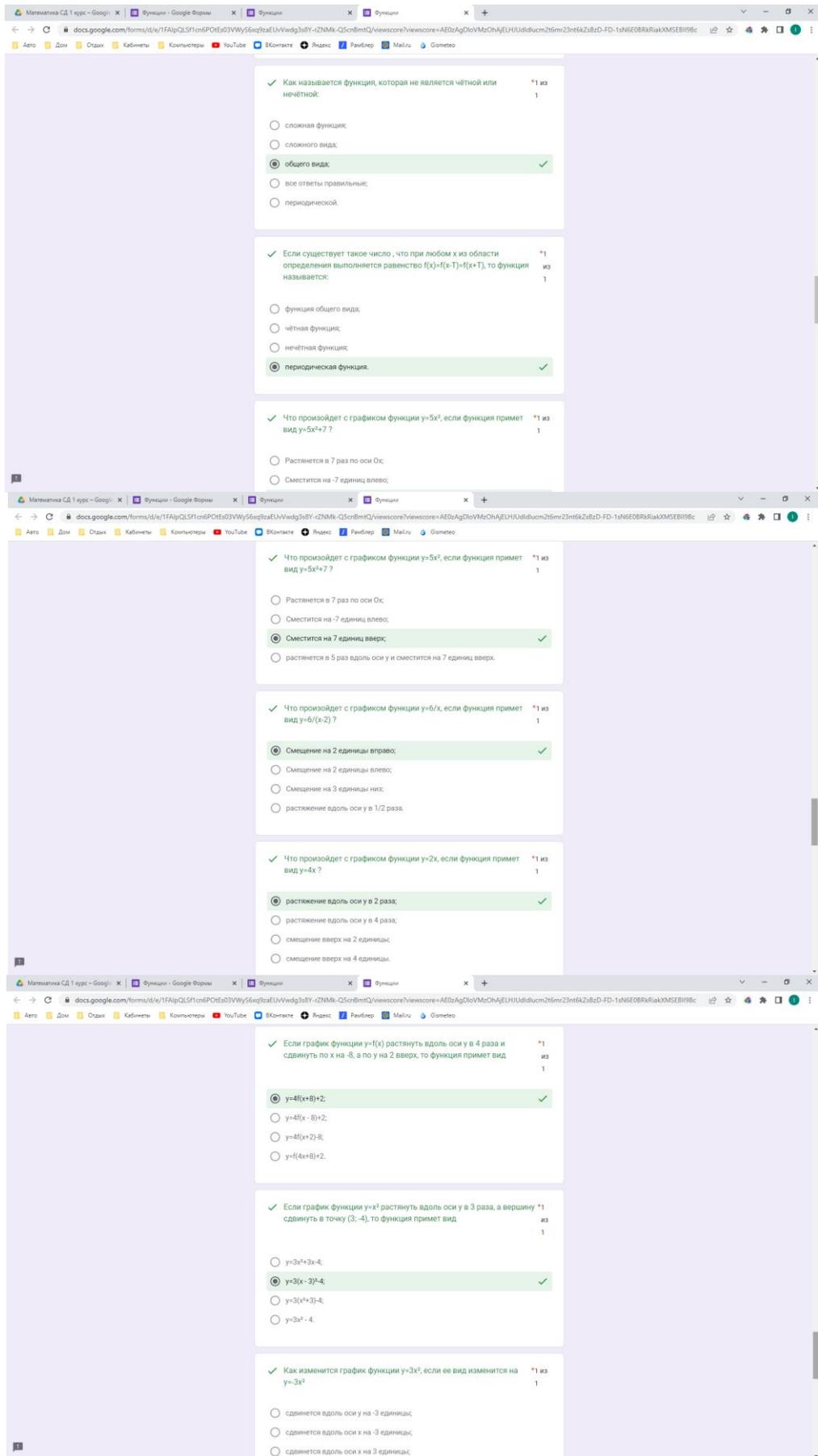
- Область определения симметрична относительно точки  $(0, 0)$ , то есть если точка  $a$  принадлежит области определения, то точка  $-a$  также принадлежит области определения.
- Для любого значения  $x$ , принадлежащего области определения, выполняется равенство  $f(x)=f(-x)$ .
- График четной функции симметричен относительно оси  $Oy$ .
- Все ответы верные. ✓
- Нет правильного ответа.

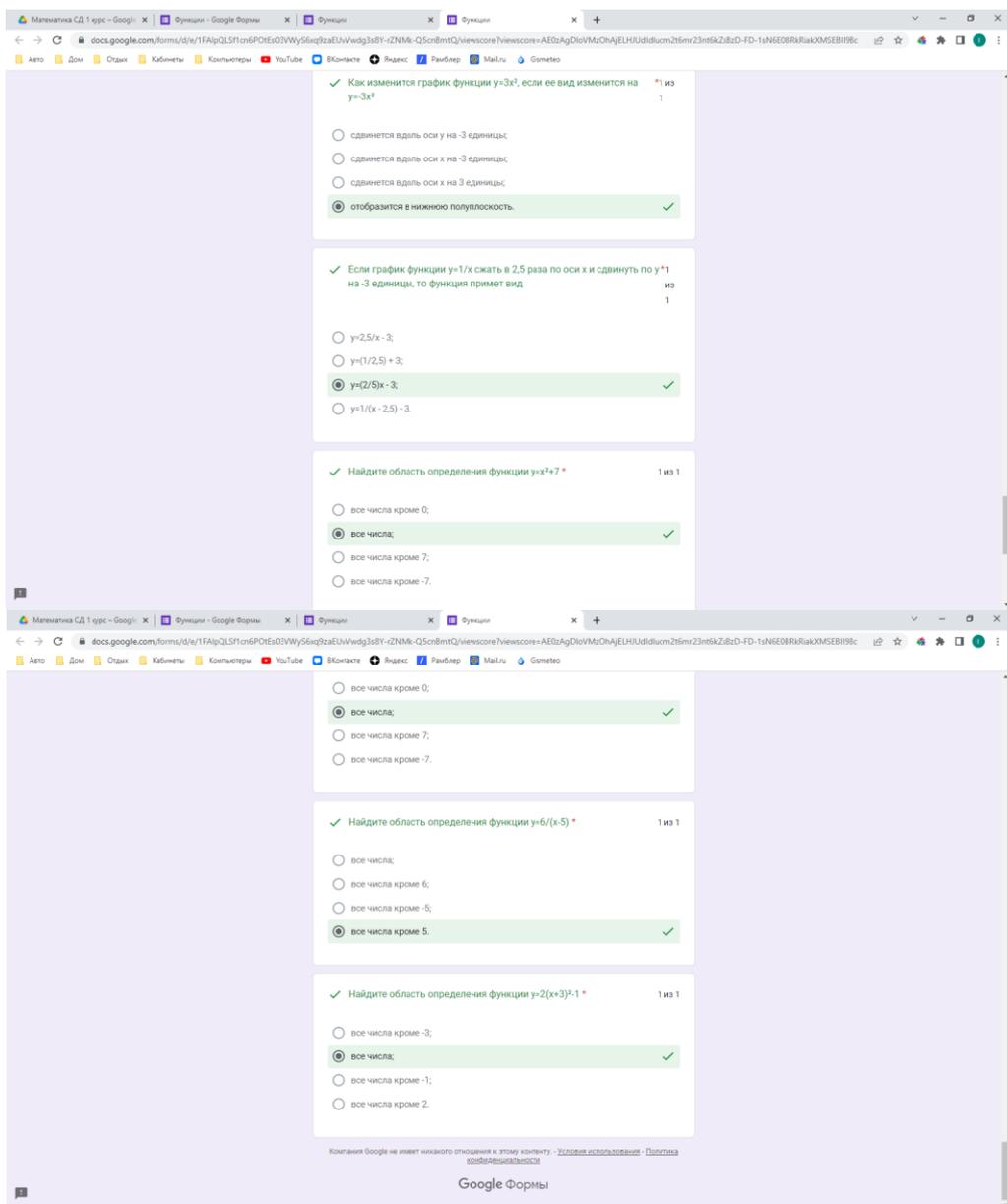
✓ Нечетная функция обладает следующими свойствами: \* 1 из 1

- Область определения симметрична относительно точки  $(0, 0)$ .
- Для любого значения  $x$ , принадлежащего области определения, выполняется равенство  $f(x)=-f(-x)$ .
- График нечетной функции симметричен относительно начала координат  $(0, 0)$ .
- Все ответы верные. ✓
- Нет правильного ответа.

✓ Как называется функция, которая не является четной или нечетной. \* 1 из 1

- сложная функция;
- сложного вида;





### Всего 25 заданий

Критерии оценки: автоматически выдаётся количество баллов.

Вручную баллы переводятся в оценки.

От 23 баллов до 25 баллов – «отлично»

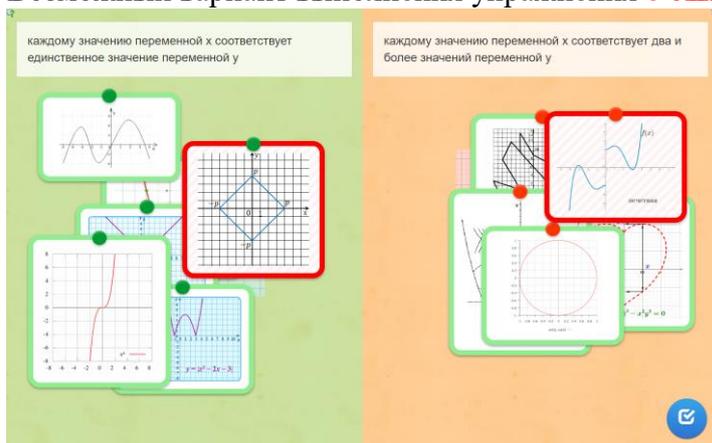
От 20 баллов до 22 баллов - «хорошо»

От 17 баллов до 19 баллов – «удовлетворительно»

От 18 баллов и ниже – «неудовлетворительно»



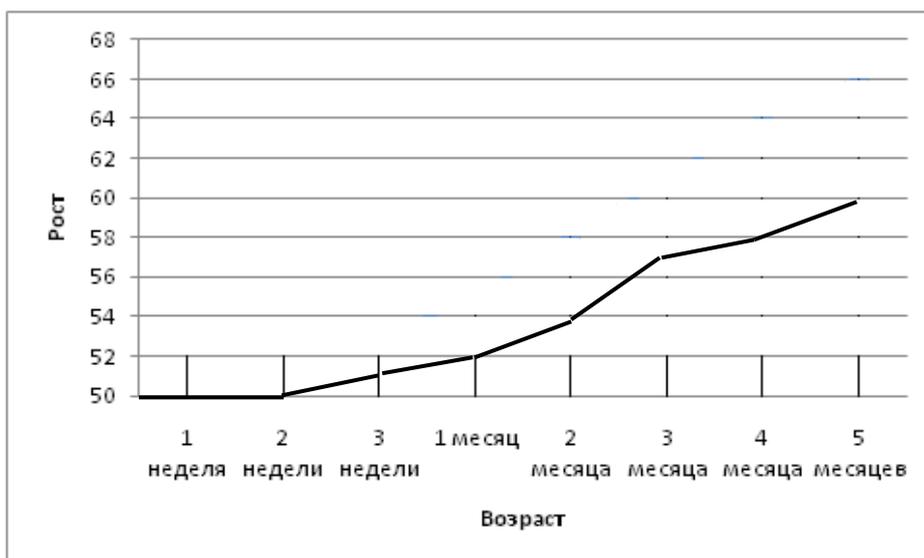
Возможный вариант выполнения упражнения с ошибками:



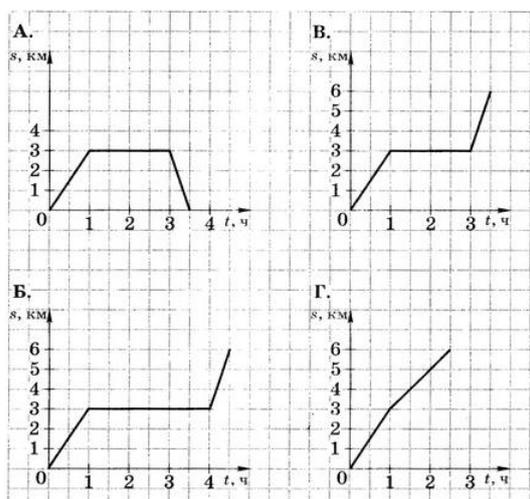
- 3) Табличный – с помощью таблицы (например, задание 4)
3. Вставьте пропущенное слово: кардиограмма – это график работы **СЕРДЦА**.
4. Таблицей заданы данные о росте ребенка в течении первых 5 месяцев жизни:

Возраст	0 неделя	1 неделя	2 неделя	3 неделя	1 месяц	2 месяца	3 месяца	4 месяца	5 месяцев
Рост, см	49	49	49	51	52	54	57	58	60

Имея таблицу значений функциональной зависимости роста от возраста, вы должны по точкам построить график:



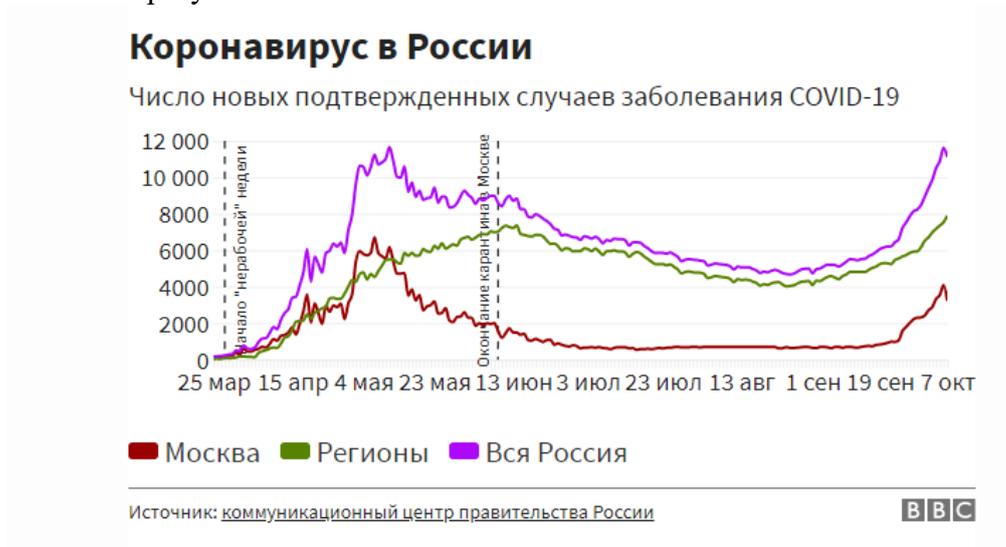
5. Патронажная медсестра, беспокоясь о новорожденном ребенке, чья мама, будучи беременной, перенесла коронавирусную инфекцию, в свой выходной день отправилась проверить этого ребенка на дому, провела в семье мальчика 2 часа и вернулась обратно домой. Выберите график, описывающий зависимость пройденного расстояния от времени:



Укажите букву:

A

6. Внимательно рассмотрите приведенные внизу графики. Прочитайте графики и запишите результат.



Пандемия началась 25 марта.

#### Москва:

С 25 марта по 04 мая происходил рост числа новых подтвержденных случаев заболевания Ковид -19 (далее, Заболевание).

Самое большое количество новых подтверждённых случаев Заболевания 04 мая – примерно 7000 заболевших.

С 04 мая кривая новых подтвержденных случаев Заболевания убывает до 03 июля. 03 июля число новых подтверждённых случаев Заболевания составило менее 1000 заболевших.

В период с 03 июля по 19 сентября не наблюдалось существенного прироста числа новых подтверждённых случаев Заболевания. Показатели были стабильными – менее 1000 заболевших.

С 19 сентября начался рост числа новых подтверждённых случаев Заболеваний. 7 октября составил 4000 новых случаев Заболевания.

#### Регионы:

С 25 марта по 13 июня происходил рост числа новых подтвержденных случаев Заболевания. 13 июня – 7000.

С 13 июня по 01 сентября кривая числа новых подтвержденных случаев Заболевания убывала. 01 сентября число заболеваний составило – 4000.

С 01 сентября по 07 октября наблюдается рост числа новых подтвержденных случаев Заболевания.

07 октября – 8000 новых заболевших.

**Вся Россия:**

С 25 марта по 23 мая наблюдается рост числа новых подтвержденных случаев Заболевания.

23 мая число новых подтвержденных случаев Заболевания составило – 12 000 заболевших.

С 23 мая по 01 сентября кривая роста числа новых подтвержденных случаев Заболевания убывает.

01 сентября – 5000 заболевших.

С 01 сентября по 07 октября наблюдается рост числа новых подтвержденных случаев заболевания. 07 октября – 12 000 заболевших.

**В целом** – прирост числа новых подтвержденных случаев заболевания наблюдался в весенний и осенний периоды. В летний период число новых подтвержденных случаев Заболевания не росло.

7. Используя таблицу показаний, постройте графики температуры, пульса и артериального давления на температурном листе. Отмечайте только показания утра  
Условные обозначения: П – пульс, АД – артериальное давление,  $T^0$  – температура, у – утро, в – вечер.

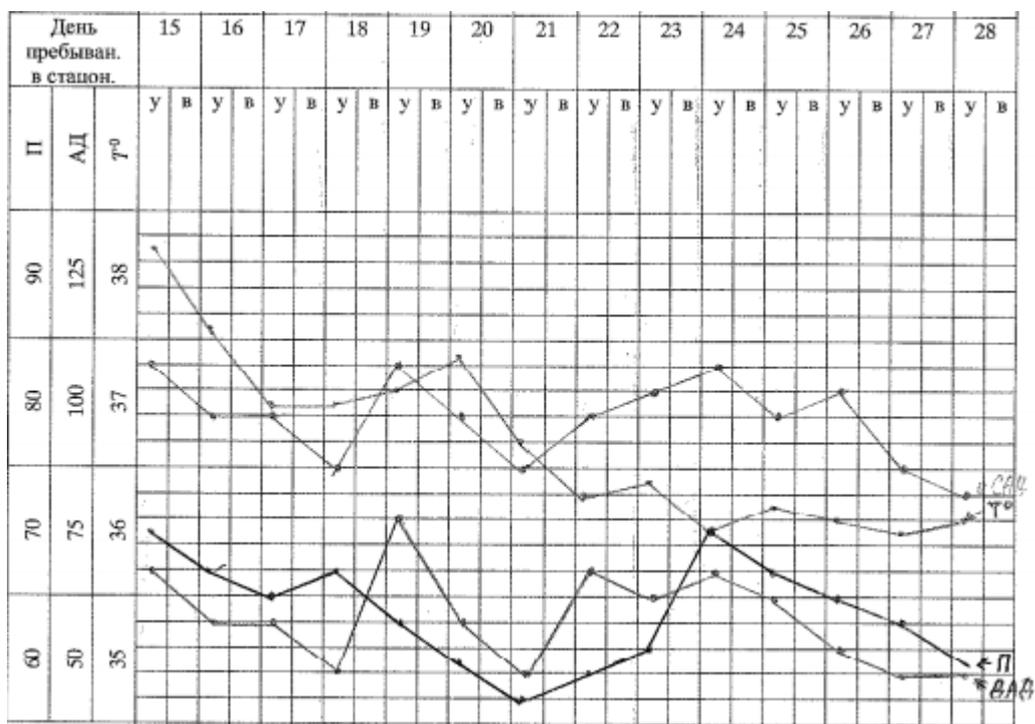


Таблица показаний к температурному листу

День	15	16	17	18	19	20	21
$T^0$	38,7	38,1	37,5	37,5	37,6	37,9	37,2
АД	120/80	110/70	110/70	100/60	120/90	110/70	100/60
П	75	72	70	72	68	65	62

День	22	23	24	25	26	27	28
$T^0$	36,8	36,9	36,5	36,7	36,6	36,5	36,6
АД	110/80	115/75	120/80	110/75	115/65	100/60	95/60
П	64	66	75	72	70	68	65

## Занятие № 45. Тема. Понятие об обратных функциях.

### Задание № 4.

Ответьте на вопросы:

1. Какую функцию называют обратимой?

Каждому числу из области её значений  $y_0$ , соответствует лишь одно число из области определения  $x_0$ , такое что  $f(x_0) = y_0$ .

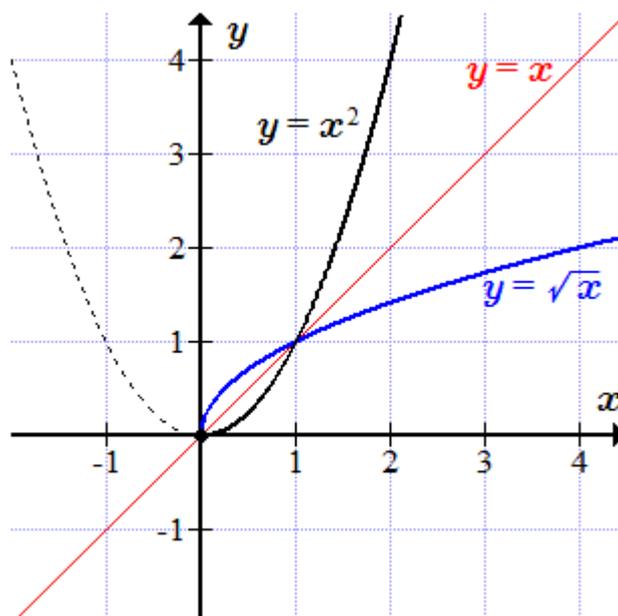
2. Сформулируйте теорему об обратной функции (*без доказательства*).

Если функция  $f$  возрастает (или убывает) на некотором промежутке  $A$ , то она обратима. Обратная к  $f$  функция  $g$ , определенная в области значений функции  $f$ , также является возрастающей (или соответственно убывающей) функцией. Данная теорема называется **теоремой об обратной функции**.

3. Решите задачу:

Дана функция  $y = x^2$ ,  $x \geq 0$ . Постройте обратную функцию.

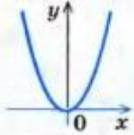
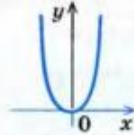
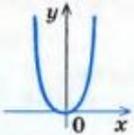
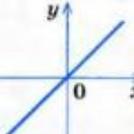
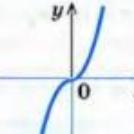
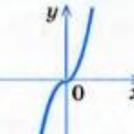
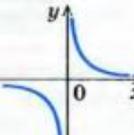
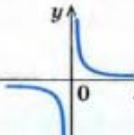
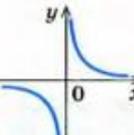
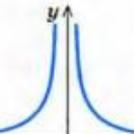
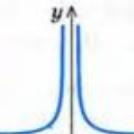
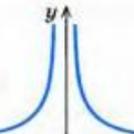
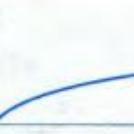
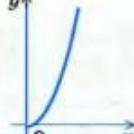
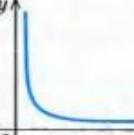
*Указание: симметрия относительно прямой  $y=x$ .*



Занятие № 46. Тема. Степенные функции.

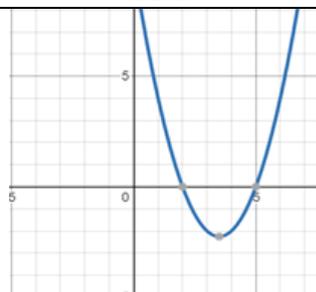
Задание № 5.

Соберите «пазл».

Графики степенной функции ( $y = x^\alpha$ )			
$\alpha$ — четное натуральное число	$y = x^2$ 	$y = x^4$ 	$y = x^{2n}, n \in \mathbb{N}$ 
$\alpha$ — нечетное натуральное число	$y = x^1$ 	$y = x^3$ 	$y = x^{2n+1}, n \in \mathbb{N}$ 
$\alpha$ — нечетное отрицательное число	$y = x^{-1} = \frac{1}{x}$ 	$y = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$ 	$y = x^{-(2n-1)} = \frac{1}{x^{2n-1}}, n \in \mathbb{N}$ 
$\alpha$ — четное отрицательное число	$y = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$ 	$y = x^{-4} = \frac{1}{x^4}$ 	$y = x^{-2n} = \frac{1}{x^{2n}}, n \in \mathbb{N}$ 
$\alpha$ — нецелое положительное число	$y = x^{\frac{1}{2}}$ 	$y = x^{\frac{3}{2}}$ 	$y = x^\alpha$ $(\alpha > 0, \alpha \text{ — нецелое})$ 
$\alpha$ — нецелое отрицательное число	$y = x^{-\frac{1}{2}}$ 	$y = x^{-\frac{3}{2}}$ 	$y = x^\alpha$ $(\alpha < 0, \alpha \text{ — нецелое})$ 

### Задание № 6.

Постройте график функции  $y = x^2 - 7x + 10$  и укажите все её свойства (в таблице)

<b>Функция задана аналитически</b>	$y = x^2 - 7x + 10$
<b>Вершина в точке</b>	$x = -\frac{b}{2a}; x = 3,5; y = -2$ т.(3,5;-2)
<b>Направление ветвей</b>	Ветви направлены вверх
<b>Область определения</b>	$x \in \mathbb{R}$
<b>Область значений</b>	$y \in [-2; +\infty)$
<b>Монотонность</b>	$f(x)$ убывает при $x \in (-\infty; 3,5]$ $f(x)$ возрастает при $x \in [3,5; +\infty)$
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	$y = 0$ при $x = 2$ , при $x = 5$ $y > 0$ при $x \in (-\infty; 2)$ и $(5; +\infty)$ $y < 0$ при $x \in (2; 5)$
<b>Чётность и нечётность</b>	Функция общего вида
<b>Периодичность</b>	Не периодическая
<b>Выпуклость</b>	Выпукла вниз
<b>Асимптоты</b>	Нет
<b>График заданной функции</b>	

### Задание № 7.

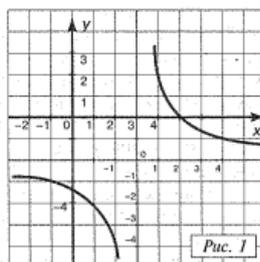
Постройте график функции  $y(x) = \frac{-4}{3-x} - 2$  методом сдвига осей координат.

Запишите алгоритм построения

1. Запишем уравнение этой функции в каноническом виде:

$$y(x) = \frac{-4}{3-x} - 2 = \frac{-4}{-(x-3)} - 2 = \frac{4}{x-3} - 2, \text{ т.е. } y(x) = \frac{4}{x-3} - 2.$$

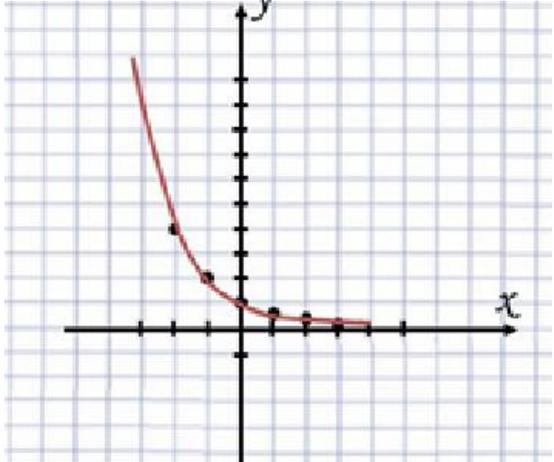
2. Строим по вспомогательной системе координат график функции  $y(x) = \frac{4}{x}$ , где  $x \neq 0$ .
3. Приравниваем к нулю знаменатель в канонической записи данной функции:  $x-3=0 \Rightarrow x=3$ . Сдвигаем  $Oy$  на 3 единицы влево вдоль оси  $Ox$ , т.е. в сторону, противоположную знаку «+» (число 3 имеет знак «+»).
4. Сдвигаем ось  $Ox$  на две единицы вверх вдоль оси  $Oy$ , т.е. в сторону, противоположную знаку числа с (поскольку  $-2 < 0$ ).
5. Отмечаем на этих новых осях направление, начало отсчёта, единичный отрезок (вспомогательные оси являются асимптотами:  $y = -2, x = 3$ ).
6. График (рис.1).



**Занятие № 47. Тема. Показательные функции.**

**Задание № 8.**

1. Постройте график функции  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  и укажите (в таблице) все свойства этой функции

<b>Функция задана аналитически</b>	$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$						
<b>Область определения</b>	$x \in \mathbb{R}$						
<b>Область значений</b>	$y \in (0; +\infty)$						
<b>Монотонность</b>	$f(x)$ убывает при $x \in \mathbb{R}$						
<b>Нули функции и промежутки знакопостоянства</b>	Нулей нет						
<b>Чётность и нечётность</b>	Функция общего вида						
<b>Периодичность</b>	Не периодическая						
<b>Выпуклость</b>	Выпукла вниз						
<b>Асимптота</b>	Ось $Ox$						
<b>Дополнительные точки</b>	x	-2	-1	0	1	2	3
	y	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
<b>График заданной функции</b>							

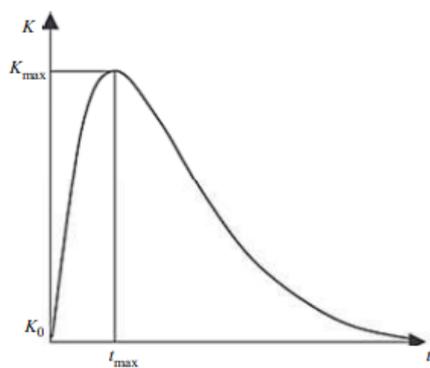
2. Задание «Сладкий перчик».

Подумайте и ответьте на вопрос:

- Почему заработную плату медицинской сестры можно сравнить с графиком функции заданной формулой  $y = a^x$ , где  $0 < a < 1$ ;
- а удовольствие от сохранения здоровья граждан и спасения жизней – с графиком функции  $y = a^x$ , где  $a > 1$ .

Ответ. 1) Функция вида  $y = a^x$ , где  $0 < a < 1$ , монотонно убывает для любого  $x$  из области определения, т.е. чем выше цены ( $x$ ), тем меньше возможности заработной платы ( $y$ ); 2) функция вида  $y = a^x$ , где  $a > 1$  монотонно возрастает для любого  $x$  из области определения, т.е. чем качественнее медицинская сестра выполняет свою работу ( $x$ ), тем выше удовлетворение от выбранной профессии ( $y$ ).

3. Перед Вами кривая изменения концентрации лекарственного препарата в крови согласно функции  $K(t)$ . Воспользовавшись данными графика опишите зависимость между концентрацией препарата в крови и временем.



**Ответ.**

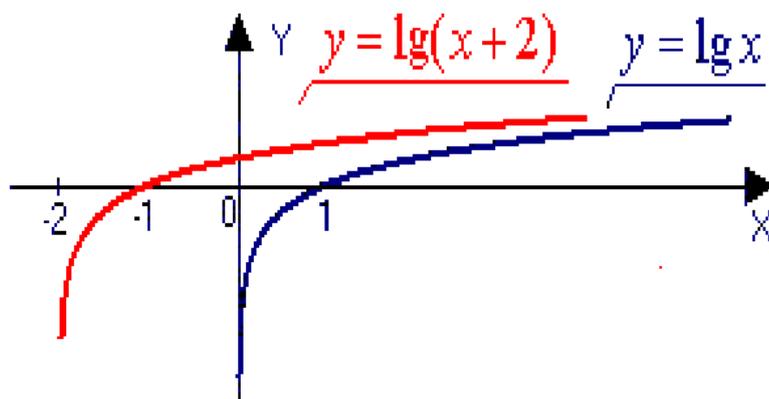
Начальная концентрация лекарственного препарата в момент времени  $t = 0$  равна 0 ( $K_0 = 0$ ). Концентрация лекарственного препарата быстро возрастает, достигает своего максимума, затем плавно убывает, а далее, медленно падает, вплоть до нуля. Максимальная концентрация  $K_{max}$  достигается в момент времени  $t_{max}$ .

Занятие № 48. Тема. Логарифмические функции.

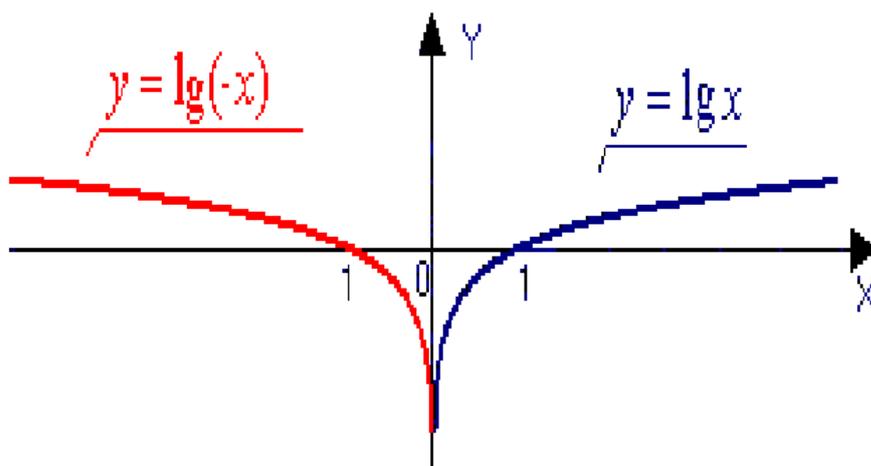
Задание № 9.

Задание. Постройте графики с помощью различных преобразований.

1. Постройте график функции  $y = \lg(x+2)$



2. Постройте график функции  $y = \lg(-x)$



Задание из категории «Надо подумать».

Подумайте и ответьте, какая кривая обладает замечательным свойством - способна восстанавливать свою форму после различных преобразований.

По форме близки к этой кривой: раковина моллюска, галактика Водоворот, область низкого давления.

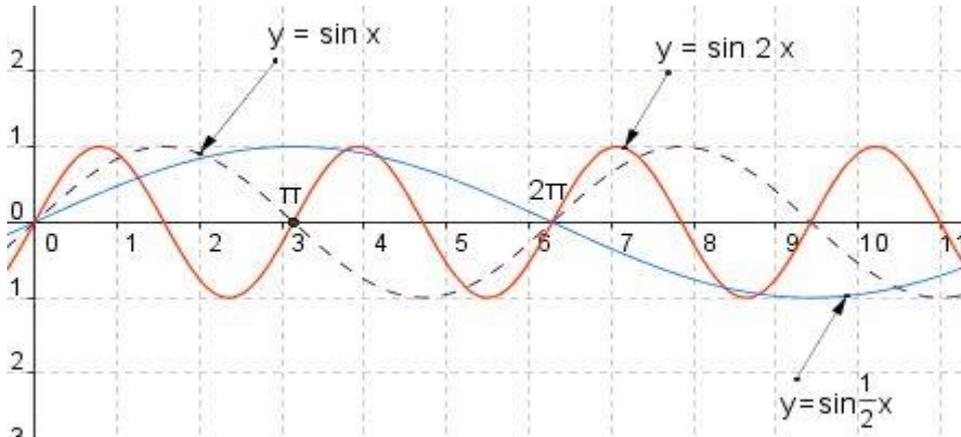
**Ответ.**

Логарифмическая спираль.

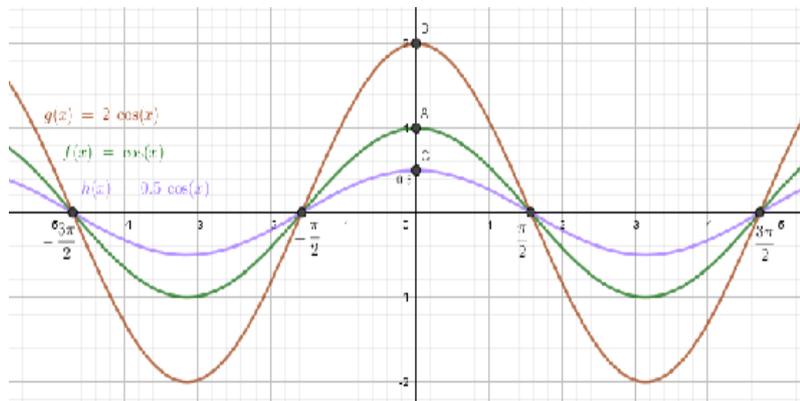
Задание № 10.

Задание. Постройте графики с помощью различных преобразований.

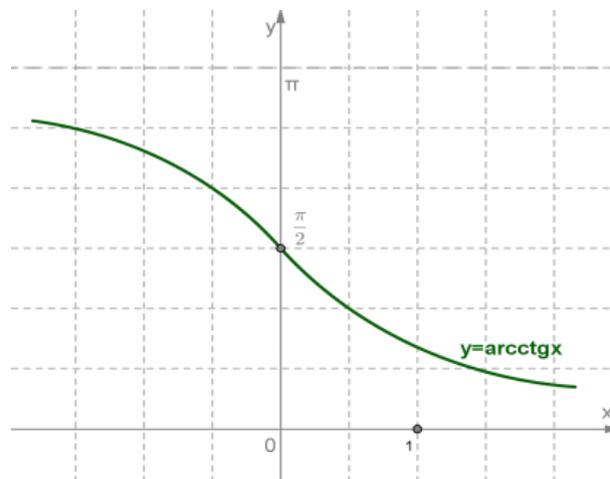
1. Постройте график функции  $y = \sin x$ ,  $y = \sin \frac{1}{2}x$ ,  $y = \sin 2x$



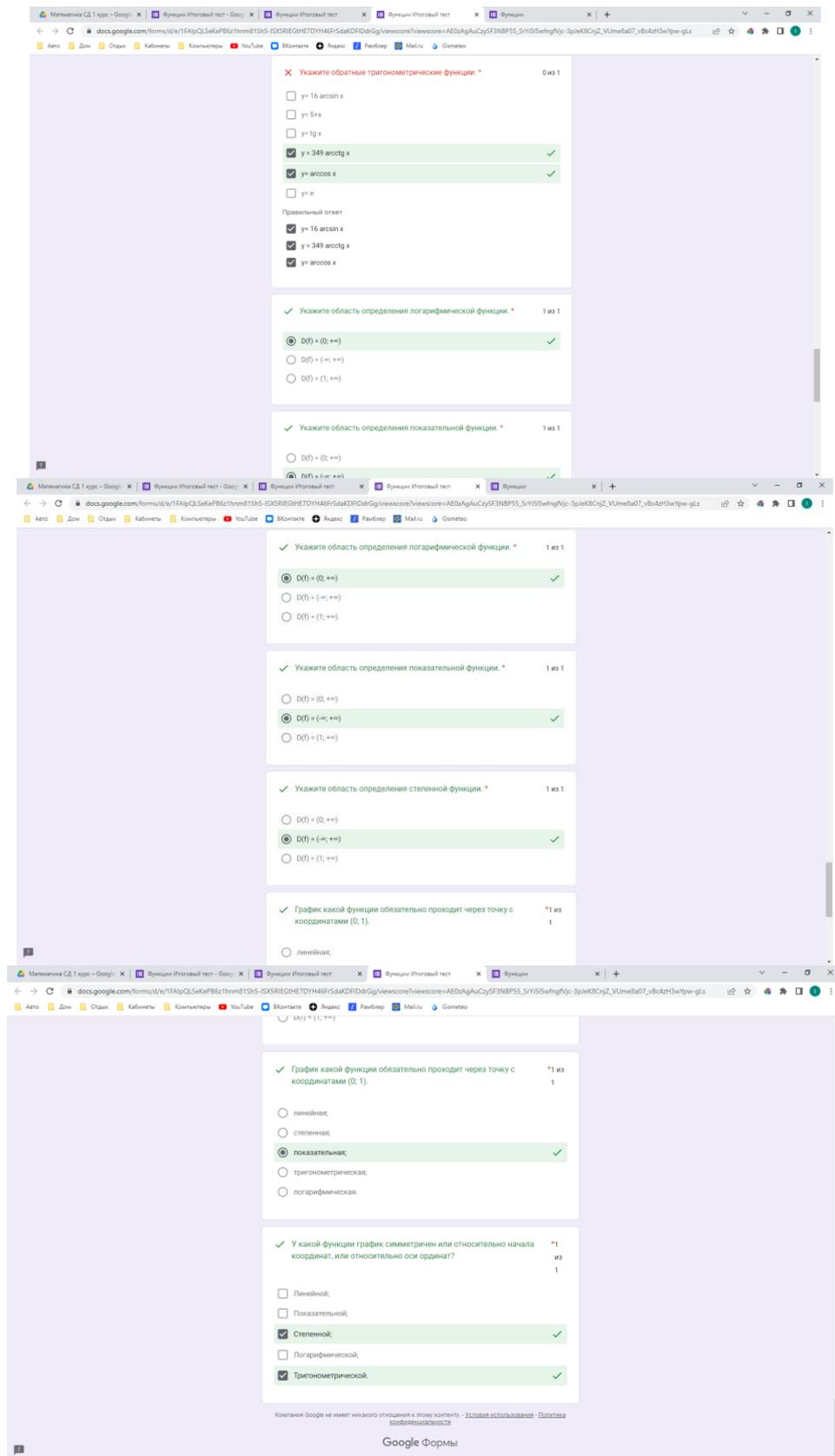
2. Постройте график функции  $y = \cos x$ ,  $y = 2\cos x$ ,  $y = 0,5 \cos x$



3. Постройте график функции  $y = \text{arctg} x$







**Всего 20 заданий.**

Критерии оценки: автоматически выдаётся количество баллов.

Вручную баллы переводятся в оценки.

От 18 баллов до 20 баллов – «отлично»

От 16 баллов до 17 баллов - «хорошо»

От 14 баллов до 15 баллов – «удовлетворительно»

От 13 баллов и ниже – «неудовлетворительно»

### **Творческое задание.**

В истории должна присутствовать ненавязчиво поданная идея, обязательно вводится герой, который вызывает симпатию и желание приобрести его опыт. Нужно проявить небольшую осторожность, сохранить связь с реальностью (актуальность). В тексте требуется соблюдение определённой структуры повествования (сюжет, завязка, описание, кульминация, развязка). Обязательно наличие логической связи между эпизодами и краткость изложения основных событий. Важен стиль повествования и его эмоциональный фон. Необходимо оставлять открытые вопросы, стимулирующие воображение, мотивирующие к участию в рассказываемой истории. Важно учитывать возрастные особенности обучающихся и их интеллектуальный, эмоциональный, физический и духовный уровни развития. Как правило, история заканчивается ответом на вопрос, озвученный в её начале.

Дизайн оформления повествования играет важную роль. Кроме текста, должны быть графические объекты, возможно аудио и видео сопровождение истории.

*Примечание. Как правило, за такие работы выставляю или «отлично», или «хорошо» (если есть незначительные недочёты, не влияющие на общее восприятие работы), т.к. они являются дополнительными. Но, желание творить должно соответствующим образом поощряться.*

### Задание для Олимпиады

**\*Задание повышенной сложности.**

**Найдите графически число корней уравнения**

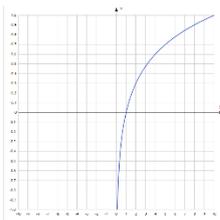
$$\lg |x - 1| = -x^2 + 4.$$

Решение.

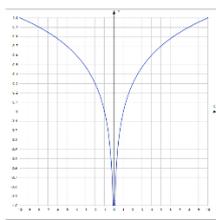
Построим графики функций:  $y = \lg |x - 1|$ ;  $y = -x^2 + 4$ .

График первой функции можно получить, построив последовательно графики:

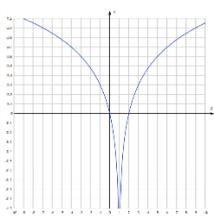
$$y = \lg x; \quad y = \lg |x|; \quad y = \lg |x - 1|.$$



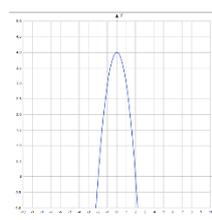
$$y = \lg x$$



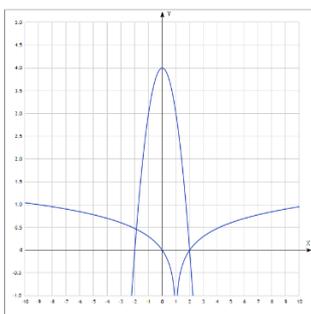
$$y = \lg |x|$$



$$y = \lg |x - 1|$$



$$y = -x^2 + 4$$



$$y = \lg |x - 1|; \quad y = -x^2 + 4$$

Графики функций  $y = \lg |x - 1|$  и  $y = -x^2 + 4$  пересекаются в двух точках, значит уравнение  $\lg |x - 1| = -x^2 + 4$  имеет два корня.

Ответ: 2 корня.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Гилярова М.Г. Математика для медицинских колледжей: учебник. – Ростов н/Д: Феникс, 2019. – 457, с.: ил. – (Среднее медицинское образование). – с. [49-65].
- [2]. Касаткин Г.В. Пособие для поступающих в вузы по математике: учебное пособие. – М.: «Уникум – Центр» «ПОМАТУР», 1999 г. – 166 с. – [31]
- [3]. Ахлаков М.К., Мунассар М.А. Математическая модель определения концентрации лекарственного препарата в крови биологического объекта: статья/Известия СПбГЭТУ «ЛЭТИ» № 10/2016. - Текст: электронный: сайт. – URL: <https://izv.etu.ru/assets/files/izv-etu-10-2016-85-88.pdf> (дата обращения 17.04.2023).
- [4]. Худадатова С.С. Математика в ребусах, кроссвордах, чайнвордах, криптограммах. – М.: Школьная пресса, 2003. – 32, с. – [13, 27-29]